

**3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 1. DIO - GRUPA A** 28. siječnja 2009.

1. Predočite crtežom:

- (i) ubrzani pad i zapišite uvjete preko derivacija,
- (ii) usporeni pad i zapišite uvjete preko derivacija,
- (iii) usporeni rast i zapišite uvjete preko derivacija,
- (iv) ubrzani rast i zapišite uvjete preko derivacija.

2. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$ .
- (ii) Derivirajte, prema definiciji, funkciju  $f(x) = x^2 - 2$ .
- (iii) Geometrijski predočite tangentu na graf funkcije  $f(x) = x^2 - 2$  u točki  $(3, 7)$ .
- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = x^2 - 2$  u točki  $(3, 7)$ .

3. (i) Predočite crtežom lokalne ekstreme.
- (ii) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski i fizikalno.
- (iii) Predočite crtežom sve mogućnosti za točke infleksije.
- (iv) Definirajte točku infleksije.

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$ .
- (ii) Napišite formule za kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$ .
- (iii) Odredite linearnu, kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije  $f(x) = e^x$  oko  $x_0 = 0$ .
- (iv) Koristeći se formulama iz (iii) približno odredite  $\sqrt[4]{e}$ .

5. (i) Napišite formulu za derivaciju kvocijenta dviju funkcija.
- (ii) Derivirajte funkciju  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-5}}$ .
- (iii) Napišite formulu za derivaciju složene funkcije (kompozicija funkcija).
- (iv) Derivirajte funkciju  $f(x) = \sqrt{5-x^2}$ .

NAPOMENA: Svaki podzadatak nosi po jedan bod.

### 3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 1. DIO - GRUPA B 28. siječnja 2009.

1. (i) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski i fizikalno.  
(ii) Predočite crtežom lokalne ekstreme.  
(iii) Definirajte točku infleksije.  
(iv) Predočite crtežom sve mogućnosti za točke infleksije.
2. (i) Napišite formulu za derivaciju kvocijenta dviju funkcija.  
(ii) Derivirajte funkciju  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-2}}$ .  
(iii) Napišite formulu za derivaciju složene funkcije (kompozicija funkcija).  
(iv) Derivirajte funkciju  $f(x) = \sqrt{2-x^2}$ .
3. Predočite crtežom:
  - (i) ubrzani rast i zapišite uvjete preko derivacija,
  - (ii) ubrzani pad i zapišite uvjete preko derivacija,
  - (iii) usporeni rast i zapišite uvjete preko derivacija,
  - (iv) usporeni pad i zapišite uvjete preko derivacija.
4. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$ .  
(ii) Derivirajte, prema definiciji, funkciju  $f(x) = x^2 - 3$ .  
(iii) Geometrijski predočite tangentu na graf funkcije  $f(x) = x^2 - 3$  u točki  $(3, 6)$ .  
(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = x^2 - 3$  u točki  $(3, 6)$ .
5. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$ .  
(ii) Napišite formule za kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$ .  
(iii) Odredite linearnu, kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije  $f(x) = e^x$  oko  $x_0 = 0$ .  
(iv) Koristeći se formulama iz (iii) približno odredite  $\sqrt[3]{e}$ .

NAPOMENA: Svaki podzadatak nosi po jedan bod.

### 3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 1. DIO - GRUPA C 28. siječnja 2009.

1.
  - (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$ .
  - (ii) Napišite formule za kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$ .
  - (iii) Odredite linearnu, kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije  $f(x) = e^x$  oko  $x_0 = 0$ .
  - (iv) Koristeći se formulama iz (iii) približno odredite  $\sqrt[5]{e}$ .
2.
  - (i) Definirajte točku infleksije.
  - (ii) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski i fizikalno.
  - (iii) Predočite crtežom sve mogućnosti za točke infleksije.
  - (iv) Predočite crtežom lokalne ekstreme.
3.
  - (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$ .
  - (ii) Derivirajte, prema definiciji, funkciju  $f(x) = x^2 - 5$ .
  - (iii) Geometrijski predočite tangentu na graf funkcije  $f(x) = x^2 - 5$  u točki  $(3, 4)$ .
  - (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = x^2 - 5$  u točki  $(3, 4)$ .
4.
  - (i) Napišite formulu za derivaciju kvocijenta dviju funkcija.
  - (ii) Derivirajte funkciju  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2-3}}$ .
  - (iii) Napišite formulu za derivaciju složene funkcije (kompozicija funkcija).
  - (iv) Derivirajte funkciju  $f(x) = \sqrt{3-x^2}$ .
5. Predočite crtežom:
  - (i) ubrzani rast i zapišite uvjete preko derivacija,
  - (ii) usporeni pad i zapišite uvjete preko derivacija,
  - (iii) ubrzani pad i zapišite uvjete preko derivacija,
  - (iv) usporeni rast i zapišite uvjete preko derivacija.

NAPOMENA: Svaki podzadatak nosi po jedan bod.

**3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 2. DIO - GRUPA A 28. siječnja 2009.**

1. (i) Razvijte u Taylorov red oko  $x_0 = 0$  funkciju  $f(x) = \frac{3}{1-4x}$ . (2 boda)  
(ii) Napišite prva 3 člana dobivenog Taylorovog reda.  
(iii) Nađite područje konvergencije tog reda.
2. i 3. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{-x}{x^2+1} - 2$ . Odredite:
  - (i) domenu funkcije,
  - (ii) njene nultočke,
  - (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne),
  - (iv) lokalne ekstreme,
  - (v) područja pada i rasta,
  - (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije.
  - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (2 boda)
4. (i) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.2}}$ . (2 boda)  
(ii) Koristeći kvadratnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.2}}$ . (2 boda)
5. (i) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x+5x^2}{3+7x-4x^2}$ .  
(ii) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{3})}{\tan x}$ .  
(iii) Derivirajte funkciju  $f(x) = \ln \sqrt{10 - 9x^2}$ .  
(iv) Odredite tangentu na graf funkcije iz (iii) u točki  $T_0(1, f(1))$ .

**3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 2. DIO - GRUPA A 28. siječnja 2009.**

1. (i) Razvijte u Taylorov red oko  $x_0 = 0$  funkciju  $f(x) = \frac{3}{1-4x}$ . (2 boda)  
(ii) Napišite prva 3 člana dobivenog Taylorovog reda.  
(iii) Nađite područje konvergencije tog reda.
2. i 3. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{-x}{x^2+1} - 2$ . Odredite:
  - (i) domenu funkcije,
  - (ii) njene nultočke,
  - (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne),
  - (iv) lokalne ekstreme,
  - (v) područja pada i rasta,
  - (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije.
  - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (2 boda)
4. (i) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.2}}$ . (2 boda)  
(ii) Koristeći kvadratnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.2}}$ . (2 boda)
5. (i) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1-2x+5x^2}{3+7x-4x^2}$ .  
(ii) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{3})}{\tan x}$ .  
(iii) Derivirajte funkciju  $f(x) = \ln \sqrt{10 - 9x^2}$ .  
(iv) Odredite tangentu na graf funkcije iz (iii) u točki  $T_0(1, f(1))$ .

**3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 2. DIO - GRUPA B** 28. siječnja 2009.

1. (i) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.1}}$ .  
(2 boda)
- (ii) Koristeći kvadratnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.1}}$ .  
(2 boda)
2. (i) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-3x+7x^2}{2+x-3x^2}$ .
- (ii) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{6})}{\tan x}$ .
- (iii) Derivirajte funkciju  $f(x) = \ln \sqrt{5 - 4x^2}$ .
- (iv) Odredite tangentu na graf funkcije iz (iii) u točki  $T_0(1, f(1))$ .
3. i 4. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{-x}{x^2+1} - 3$ . Odredite:
  - (i) domenu funkcije,
  - (ii) njene nultočke,
  - (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne),
  - (iv) lokalne ekstreme,
  - (v) područja pada i rasta,
  - (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije.
  - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (2 boda)
5. (i) Razvijte u Taylorov red oko  $x_0 = 0$  funkciju  $f(x) = \frac{2}{1-3x}$ . (2 boda)
- (ii) Napišite prva 3 člana dobivenog Taylorovog reda.
- (iii) Nađite područje konvergencije tog reda.

**3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 2. DIO - GRUPA B** 28. siječnja 2009.

1. (i) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.1}}$ .  
(2 boda)
- (ii) Koristeći kvadratnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.1}}$ .  
(2 boda)
2. (i) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5-3x+7x^2}{2+x-3x^2}$ .
- (ii) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{6})}{\tan x}$ .
- (iii) Derivirajte funkciju  $f(x) = \ln \sqrt{5 - 4x^2}$ .
- (iv) Odredite tangentu na graf funkcije iz (iii) u točki  $T_0(1, f(1))$ .
3. i 4. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{-x}{x^2+1} - 3$ . Odredite:
  - (i) domenu funkcije,
  - (ii) njene nultočke,
  - (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne),
  - (iv) lokalne ekstreme,
  - (v) područja pada i rasta,
  - (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije.
  - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (2 boda)
5. (i) Razvijte u Taylorov red oko  $x_0 = 0$  funkciju  $f(x) = \frac{2}{1-3x}$ . (2 boda)
- (ii) Napišite prva 3 člana dobivenog Taylorovog reda.
- (iii) Nađite područje konvergencije tog reda.

**3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 2. DIO - GRUPA C 28. siječnja 2009.**

1. i 2. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{-x}{x^2+1} - 1$ . Odredite:

- (i) domenu funkcije,
- (ii) njene nultočke,
- (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne),
- (iv) lokalne ekstreme,
- (v) područja pada i rasta,
- (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije.
- (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (2 boda)

3. (i) Razvijte u Taylorov red oko  $x_0 = 0$  funkciju  $f(x) = \frac{3}{1-5x}$ . (2 boda)

(ii) Napišite prva 3 člana dobivenog Taylorovog reda.

(iii) Nađite područje konvergencije tog reda.

4. (i) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-8x+3x^2}{3+x-5x^2}$ .

(ii) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{4})}{\tan x}$ .

(iii) Derivirajte funkciju  $f(x) = \ln \sqrt{2-x^2}$ .

(iv) Odredite tangentu na graf funkcije iz (iii) u točki  $T_0(1, f(1))$ .

5. (i) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.3}}$ . (2 boda)

(ii) Koristeći kvadratnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.3}}$ . (2 boda)

**3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 2. DIO - GRUPA C 28. siječnja 2009.**

1. i 2. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{-x}{x^2+1} - 1$ . Odredite:

- (i) domenu funkcije,
- (ii) njene nultočke,
- (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne),
- (iv) lokalne ekstreme,
- (v) područja pada i rasta,
- (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije.
- (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (2 boda)

3. (i) Razvijte u Taylorov red oko  $x_0 = 0$  funkciju  $f(x) = \frac{3}{1-5x}$ . (2 boda)

(ii) Napišite prva 3 člana dobivenog Taylorovog reda.

(iii) Nađite područje konvergencije tog reda.

4. (i) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-8x+3x^2}{3+x-5x^2}$ .

(ii) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5x \cdot \cos(x + \frac{\pi}{4})}{\tan x}$ .

(iii) Derivirajte funkciju  $f(x) = \ln \sqrt{2-x^2}$ .

(iv) Odredite tangentu na graf funkcije iz (iii) u točki  $T_0(1, f(1))$ .

5. (i) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.3}}$ . (2 boda)

(ii) Koristeći kvadratnu aproksimaciju izračunajte približno  $\sqrt[3]{7 + \sqrt{1.3}}$ . (2 boda)