

1. (i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} .
 (ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = \log_3 x$.
 (iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcija $f(x) = \log_3 x$ i njoj inverzne funkcije. Koja je veza među tim grafovima?
2. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ i $\vec{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$.
- (i) Napišite formule za kut među vektorima \vec{a} i \vec{b} , za vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} te za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .
- (ii) Izračunajte kosinus kuta među vektorima $\vec{a} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix}$. Je li taj kut šiljast, tup ili pravi?
- (iii) Izračunajte vektorski produkt za \vec{a} i \vec{b} iz (ii). Odredite površinu paralelograma kojeg razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} .
3. (i) Napišite opći oblik linearne funkcije i linearne veze.
 (ii) Navedite geometrijsko i analitičko značenje koeficijenata linearne funkcije.
 (iii) Nacrtajte pravac koji prolazi točkom $(4, 2)$ i ima koeficijent smjera $\frac{1}{4}$. Objasnite! Napišite jednadžbu tog pravca. Prvi dio podzadatka riješite bez korištenja drugoga dijela!
4. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = \sin x$.
 (ii) Geometrijski predočite skup rješenja jednadžbe $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 (iii) Riješite analitički jednadžbu $\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
5. (i) Napišite u matricnom obliku sustav

$$\begin{aligned} 3x - y + z &= 0 \\ x + 2y - z &= 6 \\ 2x - y + 4z &= -4. \end{aligned}$$

- (ii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet da rješenje postoji?
 (iii) Riješite sustav (i) Cramerovim pravilom.

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

1. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ i $\vec{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$.

- (i) Napišite formule za kut među vektorima \vec{a} i \vec{b} , za vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} te za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .
- (ii) Izračunajte kosinus kuta među vektorima $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{bmatrix}$. Je li taj kut šiljast, tup ili pravi?
- (iii) Izračunajte vektorski produkt za \vec{a} i \vec{b} iz (ii). Odredite površinu paralelograma kojeg razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} .
2. (i) Napišite opći oblik linearne funkcije i linearne veze.
(ii) Navedite geometrijsko i analitičko značenje koeficijenata linearne funkcije.
(iii) Nacrtajte pravac koji prolazi točkom $(3, 4)$ i ima koeficijent smjera $\frac{1}{3}$. Objasnite! Napišite jednadžbu tog pravca. Prvi dio podzadatka riješite bez korištenja drugoga dijela!
3. (i) Napišite u matičnom obliku sustav

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= -7 \\ x + y - z &= 4 \\ 4x - y + 3z &= -13. \end{aligned}$$

- (ii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet da rješenje postoji?
- (iii) Riješite sustav (i) Cramerovim pravilom.
4. (i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} .
(ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = \log_2 x$.
(iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcija $f(x) = \log_2 x$ i njoj inverzne funkcije. Koja je veza među tim grafovima?
5. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = \cos x$.
(ii) Geometrijski predočite skup rješenja jednadžbe $\cos x = -\frac{1}{2}$.
(iii) Riješite analitički jednadžbu $\cos x = -\frac{1}{2}$.

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

1. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = \sin x$.
- (ii) Geometrijski predočite skup rješenja jednadžbe $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
- (iii) Riješite analitički jednadžbu $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$.
2. (i) Napišite u matricnom obliku sustav

$$\begin{aligned}x + y - z &= 4 \\ -x + 2y + 2z &= -10 \\ 3x - y + 2z &= 1.\end{aligned}$$

- (ii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet da rješenje postoji?
- (iii) Riješite sustav (i) Cramerovim pravilom.
3. (i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} .
- (ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = \log_4 x$.
- (iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcija $f(x) = \log_4 x$ i njoj inverzne funkcije. Koja je veza među tim grafovima?
4. (i) Napišite opći oblik linearne funkcije i linearne veze.
- (ii) Navedite geometrijsko i analitičko značenje koeficijenata linearne funkcije.
- (iii) Nacrtajte pravac koji prolazi točkom $(2, 3)$ i ima koeficijent smjera $\frac{1}{2}$. Objasnite! Napišite jednadžbu tog pravca. Prvi dio podzadatka riješite bez korištenja drugoga dijela!

$$5. \text{ Zadani su vektori } \vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \text{ i } \vec{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}.$$

- (i) Napišite formule za kut među vektorima \vec{a} i \vec{b} , za vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} te za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .
- (ii) Izračunajte kosinus kuta među vektorima $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ 3 \end{bmatrix}$. Je li taj kut šiljast, tup ili pravi?
- (iii) Izračunajte vektorski produkt za \vec{a} i \vec{b} iz (ii). Odredite površinu paralelograma kojeg razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} .

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

1. Zadan je linearni sustav

$$\begin{aligned}x_1 + x_3 + x_4 &= 1 \\2x_1 + x_2 &= 4 \\x_1 + x_2 - x_3 - x_4 &= 3 \\x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 &= 4\end{aligned}$$

- (i) Zapišite taj sustav u matričnom obliku. (1 bod)
 - (ii) Riješite sustav koristeći elementarne matrične transformacije. (2 boda)
2. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = (x - 1)^3 + 4, f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. (1 bod)
- (ii) Računski i grafički pokažite da je ta funkcija injekcija. (1 bod)
- (iii) Računski i grafički pokažite da je ta funkcija surjekcija i odredite f^{-1} . (1 bod)
3. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = 4^x - 1, f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. (1 bod)
- (ii) Restringirajte kodomenu tako da ta funkcija bude surjekcija i odredite f^{-1} . (1 bod)
- (iii) Koliko rješenja ima jednačina $4^x - 1 = 2x + 2$? (1 bod)
4. (i) Odredite kvadratnu funkciju čiji graf prolazi točkama $A(-1, -6), B(0, -10), C(1, -12)$. (1 bod)
- (ii) Odredite koordinate tjemena pripadne parabole i nacrtajte graf te funkcije. (1 bod)
- (iii) Odredite intervale rasta i pada. (1 bod)
5. Zadani su vektori $\vec{a} = \vec{j} + (1 - x)\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} + (1 + x)\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.
- (i) Odredite realni broj $x \neq 0$ za koji su vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanarni. (2 boda)
 - (ii) Za taj x prikažite \vec{c} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{b} . (1 bod)

1. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = (x + 2)^3 + 3, f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. (1 bod)
(ii) Računski i grafički pokažite da je ta funkcija injekcija. (1 bod)
(iii) Računski i grafički pokažite da je ta funkcija surjekcija i odredite f^{-1} . (1 bod)
2. Zadani su vektori $\vec{a} = \vec{j} + (1 - x)\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} + (1 + x)\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.
(i) Odredite realni broj $x \neq 0$ za koji su vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanarni. (2 boda)
(ii) Za taj x prikažite \vec{a} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{b} i \vec{c} . (1 bod)
3. Zadan je linearni sustav

$$\begin{aligned}x_1 + x_3 &= 3 \\ -x_1 + x_2 + x_4 &= -1 \\ x_1 + 3x_2 &= 8 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 &= 4\end{aligned}$$

- (i) Zapišite taj sustav u matricnom obliku. (1 bod)
 - (ii) Riješite sustav koristeći elementarne matricne transformacije. (2 boda)
4. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = 3^x + 2, f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. (1 bod)
(ii) Restringirajte kodomenu tako da ta funkcija bude surjekcija i odredite f^{-1} . (1 bod)
(iii) Koliko rješenja ima jednačina $3^x + 2 = 2x + 3$? (1 bod)
 5. (i) Odredite kvadratnu funkciju čiji graf prolazi točkama $A(-1, -10), B(0, -12), C(1, -12)$. (1 bod)
(ii) Odredite koordinate tjemena pripadne parabole i nacrtajte graf te funkcije. (1 bod)
(iii) Odredite intervale rasta i pada. (1 bod)

1. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = 2^x + 2, f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. (1 bod)
(ii) Restringirajte kodomenu tako da ta funkcija bude surjekcija i odredite f^{-1} . (1 bod)
(iii) Koliko rješenja ima jednačina $2^x + 2 = 4x + 3$? (1 bod)
2. (i) Odredite kvadratnu funkciju čiji graf prolazi točkama $A(-1, -12), B(0, -10), C(1, -6)$. (1 bod)
(ii) Odredite koordinate tjemena pripadne parabole i nacrtajte graf te funkcije. (1 bod)
(iii) Odredite intervale rasta i pada. (1 bod)
3. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = (x + 1)^3 - 2, f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$. (1 bod)
(ii) Računski i grafički pokažite da je ta funkcija injekcija. (1 bod)
(iii) Računski i grafički pokažite da je ta funkcija surjekcija i odredite f^{-1} . (1 bod)
4. Zadani su vektori $\vec{a} = \vec{j} + (1 - x)\vec{k}, \vec{b} = -\vec{i} + (1 + x)\vec{j} + 2\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$.
(i) Odredite realni broj $x \neq 0$ za koji su vektori $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ komplanarni. (2 boda)
(ii) Za taj x prikažite \vec{b} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{c} . (1 bod)
5. Zadan je linearni sustav

$$\begin{aligned}x_1 + 3x_3 &= 4 \\x_1 + 2x_2 - x_3 &= -2 \\x_1 + x_2 + x_3 - x_4 &= 0 \\3x_1 + x_4 &= 4\end{aligned}$$

- (i) Zapišite taj sustav u matričnom obliku. (1 bod)
- (ii) Riješite sustav koristeći elementarne matrične transformacije. (2 boda)