

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.**

- Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

**1. zadatak** Zadani su vektori:  $\vec{a} = 2x\vec{i} - 11\vec{j} + 10\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{c} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + x\vec{k}$ .

(i) Odredite realne brojeve  $x$  za koje su vektori  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  komplanarni, tj. linearno zavisni. (2 boda)

(ii) Za  $x < 0$  iz (i) izrazite vektor  $\vec{b}$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{c}$ . (1 bod)

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****2. zadatak** Koristeći elementarne matrične transformacije, riješite linearni sustav:

$$\begin{cases} 11x_1 + 9x_2 - x_3 - 5x_4 + 3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 - 1 = 0 \\ 7x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - x_2 + 3x_3 + 8x_4 + 4 = 0. \end{cases}$$

(3 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****3. zadatak** Zadana je funkcija  $f(x) = -3 \log_{1/8}(\frac{x}{3} - 6) + 1$ .(i) Odredite područje definicije te nultočku funkcije  $f$ . (1 bod)(ii) Precizno nacrtajte graf funkcije  $f$  i odredite skup vrijednosti funkcije (sliku/rang). (2 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****4. zadatak** Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{-1}{4}(x - 3)(x + 5)$ .(i) Odredite skup vrijednosti (sliku/rang) funkcije  $f$ . (1 bod)(ii) Odredite maksimalan interval na kojemu je  $f$  injektivna funkcija te na tom intervalu pripadnu inverznu funkciju. (2 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa A****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****5. zadatak**

- (i) Je li funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow [-\pi, \pi]$ ,  $f(x) = \frac{1}{2} \sin(\pi x + 1)$  surjekcija i zašto (ako nije - zašto nije, ako jest - zašto jest)? (1 bod)

- (ii) Računski provjerite injektivnost sljedeće funkcije:  $f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x + 5, & x \leq -2 \\ -x + 7, & x > -2 \end{cases}$ .  
Skicirajte graf funkcije  $f$ . (2 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.**

- Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

**1. zadatak** Zadani su vektori:  $\vec{a} = x\vec{i} - 2\vec{j} - 11\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -\vec{i} + 2\vec{j} + 7\vec{k}$ ,  $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + x\vec{k}$ .

(i) Odredite realne brojeve  $x$  za koje su vektori  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$ ,  $\vec{c}$  komplanarni, tj. linearno zavisni. (2 boda)

(ii) Za  $x < 0$  iz (i) izrazite vektor  $\vec{b}$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{c}$ . (1 bod)

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****2. zadatak** Koristeći elementarne matrične transformacije, riješite linearni sustav:

$$\begin{cases} 13x_1 + 11x_2 + 5x_3 - 2x_4 - 1 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 + 2 = 0 \\ -7x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 + 4 = 0 \\ 4x_1 + 3x_2 - 4x_3 + 15x_4 - 5 = 0. \end{cases}$$

(3 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****3. zadatak** Zadana je funkcija  $f(x) = -2 \log_{1/16}(\frac{x}{3} - 5) + 1$ .(i) Odredite područje definicije te nultočku funkcije  $f$ . (1 bod)(ii) Precizno nacrtajte graf funkcije  $f$  i odredite skup vrijednosti funkcije (sliku/rang). (2 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****4. zadatak** Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{-1}{8}(x+6)(x-2)$ .(i) Odredite skup vrijednosti (sliku/rang) funkcije  $f$ . (1 bod)(ii) Odredite maksimalan interval na kojemu je  $f$  injektivna funkcija te na tom intervalu pripadnu inverznu funkciju. (2 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio, grupa B****2. kolokvij – 15. prosinca 2018.****5. zadatak**

(i) Je li funkcija  $f : \mathbb{R} \rightarrow [-2\pi, 2\pi]$ ,  $f(x) = \frac{1}{4} \cos(2\pi x + 3)$  surjekcija i zašto (ako nije - zašto nije, ako jest - zašto jest)? (1 bod)

(ii) Računski provjerite injektivnost sljedeće funkcije:  $f(x) = \begin{cases} x + 3, & x < 1 \\ -x^2 + 2x + 3, & x \geq 1 \end{cases}$ .  
Skicirajte graf funkcije  $f$ . (2 boda)