

1. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)
 - (ii) Predočite u istom koordinatnom sustavu kompleksne brojeve z_1, z_2 za koje je $|z_1| = 2$, $\text{Arg } z_1 = 150^\circ$; $|z_2| = 3$, $\text{Arg } z_2 = 225^\circ$. Napišite trigonometrijski prikaz tih brojeva. (4 boda)
 - (iii) Predočite geometrijski zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva, i primijenite na (ii). (4 boda)
2. (i) Zapišite matricno sustav

$$\begin{aligned}x - 3y + 2z &= 100 \\x - y - 2z &= 100 \\x + y - 5z &= 150. \quad (2 \text{ boda})\end{aligned}$$

- (ii) Pokažite da je

$$B = \begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -\frac{13}{2} & 4 \\ \frac{3}{2} & -\frac{7}{2} & 2 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i) i koristeći tu matricu riješite gornji sustav. (4 boda)

- (iii) Zapišite opću 2×2 matricu, formulu za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} a & 1 \\ -1 & 2 - a \end{pmatrix}$$

Za koje a inverz postoji, a za koje ne? (4 boda)

3. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 . (4 boda)
 - (ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)
 - (iii) Zapišite vezu iz (i) ako je $f(x) = e^x$. (2 boda)
 - (iv) Koja je veza između grafova dvaju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = e^x$ (precizan crtež). (2 boda)
4. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)
 - (ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt{x+3}$. (2 boda)
 - (iii) Predočite geometrijski tangentu na graf funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)
 - (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^2 - 5x$ u točki s prvom koordinatom $x = 3$ i predočite tu tangentu. (3 boda)
5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete. (3 boda)
 - (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)
 - (iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije. (2 boda)
 - (iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = e^{x-1} - 3$. (2 boda)

1. Pomoću elementarnih matričnih transformacija:

(i) nađite determinantu matrice $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(ii) nađite inverz matrice A . (4 boda)

(ii) riješite sustav

$$\begin{aligned}x - 2z &= 0 \\x + y + z &= 3 \\y + z &= 1. \quad (3 \text{ boda})\end{aligned}$$

2. (i) Nađite kvadratnu funkciju f čiji graf prolazi točkama $(0, 1)$, $(1, 2)$ i $(-1, 4)$. (3 boda)

(ii) Definirajte domenu i kodomenu tako da funkcija f bude bijekcija. (4 boda)

(iii) Izračunajte $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{f(x)}{3x^2+6}$. (3 boda)

3. Izračunajte približno $e^{x^3-x^2}$ ako je $x = 1.02$ koristeći

(i) linearnu aproksimaciju, (5 bodova).

(ii) kvadratnu aproksimaciju. (5 bodova).

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{1}{x^2+3}$. Odredite:

(i) domenu i nultočke funkcije (2 boda)

(ii) asimptote (3 boda)

(iii) područja pada, rasta (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme (2 boda)

(v) područja konveksnosti, konkavnosti (3 boda)

(vi) točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)