

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

13. rujna 2013.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite formulu za trigonometrijski prikaz kompleksnog broja i geometrijski predočite tu formulu. (2 boda)

(ii) Odredite trigonometrijski prikaz brojeva $z_1 = -\frac{3\sqrt{2}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$ i $z_2 = -2\sqrt{3} + 2i$. Predočite te brojeve. (3 boda)

(iii) Geometrijski predočite broj z ako je $|z| = 2$ i argument $\varphi = \frac{7\pi}{4}$. (2 boda)

(iv) Na primjeru brojeva z_1 i z_2 iz (ii) predočite geometrijski zbrajanje i oduzimanje kompleksnih brojeva. (3 boda)

2. (i) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x - 3y + z &= 13 \\x + y - 2z &= -1 \\3x - y + 3z &= 14. \quad (2 \text{ boda})\end{aligned}$$

(ii) Pokažite da je

$$B = \frac{1}{25} \begin{pmatrix} 1 & 8 & 1 \\ -9 & 3 & 1 \\ -4 & -7 & 1 \end{pmatrix}$$

inverzna matrica matrice sustava iz (i). Koristeći tu matricu riješite gornji sustav. (4 boda)

(iii) Zapišite opću 2 x 2 matricu, formulu za njenu determinantu i inverznu matricu. Primijenite to na matricu

$$\begin{pmatrix} 4 & a+2 \\ a & 2 \end{pmatrix}$$

Odredite za koje vrijednosti realnog paramatera a je gornja matrica regularna. (4 boda)

3. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (4 boda)

(ii) Zapišite vezu između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)

(iii) Zapišite vezu iz (ii) ako je $f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$. (2 boda)

(iv) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ (precizan crtež). (2 boda)

4. (i) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 . (2 boda)

(ii) Prema definiciji odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt{x} + x^2$.
(2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (3 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = (x+1)^3 - 1$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = -1$ i predočite tu tangentu.
(3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (3 boda)

(ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)

(iii) Predočite sve mogućnosti za konveksne i konkavne funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(iv) Precizno nacrtajte graf funkcije $f(x) = \sin(2x + \frac{\pi}{3})$ na intervalu $[0, \pi]$ i označite na grafu lokalne ekstreme i točke infleksije. (2 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

13. rujna 2013.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Zadani su vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = \vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$, $\vec{c} = 4\vec{i} - 4\vec{j} - \vec{k}$.

(i) Jesu li vektori \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} komplanarni? (5 bodova)

(ii) Izračunajte površinu paralelograma određenog vektorima \vec{a} i \vec{b} .
(3 boda)

(iii) Izračunajte volumen paralelepipeda određenog vektorima \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .
(2 boda)

2. Zadana je matrica $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$.

(i) Odredite inverz matrice A koristeći metodu eliminacija.
(7 bodova)

(ii) Koristeći inverz matrice A riješite sustav

$$x - y + z = -10$$

$$-2x + 2z = -10$$

$$x - y = -20. \text{ (3 boda)}$$

3. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{3}{2+4x}$

(i) Razvijte zadanu funkciju u Taylorov red oko nule. (4 boda)

(ii) Napišite prva tri člana tog reda. (3 boda)

(iii) Odredite područje konvergencije tog reda. (3 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{e^{2x}}{x}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (2 boda)

(ii) njene nultočke, (2 boda)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (3 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja koveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke.
(4 boda)