

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 1  
Ispit

12. veljače 2014.

**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$  i  $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ .  
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ , te formulu za mješoviti produkt vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ . (3 boda)

- (ii) Pokažite da vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$  i  $\vec{b} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$  nisu kolinearni.  
(2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  kao u (ii), a treći brid je određen vektorom  $\vec{c} = -\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ . Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formulu za inverz opće kvadratne matrice, te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (2 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ . (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x + y - z &= 7 \\x - y + 3z &= -10 \\4x + y - 2z &= 12. \quad (2 \text{ boda})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije  $f$  i njoj inverzne funkcije  $f^{-1}$ .  
(2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je  $f(x) = \log_2(x - 3)$ . (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija?  
Predočite tu vezu ako je  $f(x) = \log_2(x - 3)$  (precizan crtež).  
(3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$  i prema toj formuli  
odredite derivaciju funkcije  $f(x) = \sqrt{2x}$ . (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$  i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približno  $\ln 1.02$ . (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije  $f$  u točki  $(x_0, f(x_0))$  i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = \ln x$  u točki grafa s prvom koordinatom  $x_0 = e$  i predočite tu tangentu. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (4 boda)

- (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)

- (iii) Zadana je funkcija  $f(x) = x^3 - 3x$ . Precizno nacrtajte graf te funkcije i na njemu označite nultočke, točke lokalnih ekstrema i točke infleksije. (3 boda)



Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 1  
Ispit

12. veljače 2014.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite matricu rotacije oko osi  $Y$  za kut  $\varphi = \pi/3$ , te simetrije s obzirom na os  $Z$ . (2 boda)

(ii) Napišite matrice kompozicija linearnih operatora iz (i), u oba poretka. (4 boda)

(iii) Nađite sliku točke  $T = (\pi, -\sqrt{2}, 4)$  s obzirom na obje kompozicije iz (ii). (4 boda)

2. Zadana je matrica

$$A = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 & 0 \\ 2 & -1 & -1/2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

(i) Odredite inverz matrice  $A$ , te provjerite rezultat. (6 bodova)

(ii) Pomoću inverza koji ste izračunali pod (i) riješite sustav

$$\begin{pmatrix} 1/3 & 1/2 & 0 \\ 2 & -1 & -1/2 \\ -3 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -9 \end{pmatrix}.$$

(4 boda)

3. Izračunajte približnu vrijednost izraza  $\sqrt{5 - \sqrt[4]{0.9}}$  koristeći:

(i) linearnu aproksimaciju, (4 boda)

(ii) kvadratnu aproksimaciju. (6 bodova)

4. i 5. Zadana je funkcija  $f(x) = -3 - \frac{x^2+1}{3x}$ . Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) nultočke funkcije, (1 bod)

(iii) asimptote grafa funkcije (naravno, ako postoje; horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) područja pada i rasta vrijednosti funkcije, (4 boda)

(v) lokalne ekstreme funkcije, (3 boda)

(vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije grafa funkcije. (4 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke.  
(4 boda)