

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

5. travnja 2014.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$.
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} , te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (3 boda)

- (ii) Jesu li vektori $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ i $\vec{b} = -3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ kolinearni?
(2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formulu za inverz opće kvadratne matrice, te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (2 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & 3 & -2 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x - y + 3z &= 1 \\x + 2y - z &= 3 \\-x + 3y - 2z &= 4. \quad (2 \text{ boda})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} .
(2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija?
Predočite tu vezu ako je $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli
odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x}$. (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približno $\sqrt[4]{8.01}$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 + 2$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = -\frac{1}{2}$ i predložite tu tangentu. (3 boda)

5. (i) Predložite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (4 boda)

- (ii) Predložite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)

- (iii) Zadana je funkcija $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$. Precizno nacrtajte graf te funkcije i na njemu označite nultočke, točke lokalnih ekstrema i točke infleksije. (3 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

5. travnja 2014.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Zadane su matrice $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ i $B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -5 \\ 2 & 4 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

(i) Izračunajte inverz matrice A . (4 boda)

(ii) Transponirajte matricu A . (2 boda)

(iii) Izračunajte $4A^{-1}B - 2A$. (4 boda)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = 6\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{i} + \frac{1}{2}\vec{j} - \frac{1}{3}\vec{k}$ i $\vec{c} = 2\vec{j} - 6\vec{k}$.

(i) Odredite obujam paralelepipeda razapetog tim vektorima.
(5 bodova)

(ii) Prikažite vektor \vec{k} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} .
(5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-3}{2x^2-2}$.

(i) Razvijte tu funkciju u Taylorov red oko točke $x_0 = 0$. (5 bodova)

(ii) Napišite prva četiri člana Taylorovog razvoja. (2 boda)

(iii) Odredite područje konvergencije tog reda. (3 boda)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{-3x+4}{e^{-2x}}$. Odredite:

(i) domenu funkcije, (2 boda)

(ii) njene nultočke, (2 boda)

(iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) lokalne ekstreme, (3 boda)

(v) područja rasta i pada, (3 boda)

(vi) područja koveksnosti, konkavnosti i točke infleksije. (3 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke.
(4 boda)