

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 1  
Ispit

7. srpnja 2014.  
**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$  i  $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ .  
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$ , te formulu za mješoviti produkt vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ . (3 boda)

- (ii) Jesu li vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$  i  $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$  kolinearni?  
(2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  kao u (ii), a treći brid je određen vektorom  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$ . Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formulu za inverz opće kvadratne matrice, te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (2 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ . (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x + y - z &= 3 \\x - y + 2z &= -4 \\-x + 3y + z &= 5. \quad (2 \text{ boda})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije  $f$  i njoj inverzne funkcije  $f^{-1}$ .  
(2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je  $f(x) = \log_3(x - 1)$ . (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija?  
Predočite tu vezu ako je  $f(x) = \log_3(x - 1)$  (precizan crtež).  
(3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$  i prema toj formuli  
odredite derivaciju funkcije  $f(x) = x^2 + x + 1$ . (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$  i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približno  $\sqrt[4]{15.97}$ . (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije  $f$  u točki  $(x_0, f(x_0))$  i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = -x^2 - x + 2$  u točki grafa s prvom koordinatom  $x_0 = 1$  i predočite tu tangentu. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (4 boda)

- (ii) Predočite sve mogućnosti za lokalne ekstreme i točke infleksije funkcije. (3 boda)

- (iii) Zadana je funkcija  $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 4)$ . Precizno nacrtajte graf te funkcije i na njemu označite nultočke, točke lokalnih ekstrema i točke infleksije. (3 boda)



Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 1  
Ispit

7. srpnja 2014.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Izračunajte inverz matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}.$$

(6 bodova)

- (ii) Nađite točku  $T$  koja se nakon transformacije zadane matricom  $A$  preslika u točku  $T'(1, -1, 0)$ . (4 boda)

2. Zadana je funkcija  $f(x) = \sqrt{x^2 - 5}$ .

(i) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f$  u točki  $(3, f(3))$ .  
(5 bodova)

(ii) Koristeći kvadratnu aproksimaciju odredite približnu vrijednost funkcije  $f$  za  $x = 2.99$ . (5 bodova)

3. Izračunajte:

$$(i) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x}{1-\sqrt[3]{x}}, \quad (4 \text{ boda})$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^5 + 6x^3 + 3x + 1}{x^5 + 6}, \quad (3 \text{ boda})$$

$$(ii) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{x^2}, \quad (3 \text{ boda})$$

4. i 5. Zadana je funkcija  $f(x) = \frac{1}{x^2-x}$ . Odredite:

(i) domenu funkcije, (1 bod)

(ii) nultočke funkcije, (1 bod)

(iii) asimptote grafa funkcije (naravno, ako postoje; horizontalne, kose i vertikalne), (3 boda)

(iv) područja pada i rasta vrijednosti funkcije, (4 boda)

(v) lokalne ekstreme funkcije, (3 boda)

(vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije grafa funkcije. (4 boda)

(vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (4 boda)