

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

19. veljače 2018.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$.
Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (3 boda)

- (ii) Jesu li vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{k}$ i $\vec{b} = \vec{j} + 3\vec{k}$ kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

- (iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju? (2 boda)

- (iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

2. (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -3 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -3 \end{pmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x - y + z &= -1 \\ -3x + y - z &= 1 \\ x + 2y - 3z &= 4. \quad (1 \text{ bod})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

3. (i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} .
(2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je $f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$. (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija?
Predočite tu vezu ako je $f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$ (precizan crtež).
(3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli
odredite derivaciju funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x-1} + 2$. (3 boda)

4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost $f(0.99)$ ako je $f(x) = \frac{1}{x^2 + \ln x}$. (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

- (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = e^{x+1}$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = -1$. Nacrtajte graf funkcije $f(x)$ i navedenu tangentu. (3 boda)

5. (i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

- (ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija $f(x) = (x - 2)^2(x + 4)^2$. Računski odredite nultočke, točke lokalnih ekstrema te točke infleksije ove funkcije. (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 1
Ispit

19. veljače 2018.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite linearni sustav:

$$7x_1 + x_2 + 5x_3 + x_4 = 2,$$

$$5x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 2,$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1,$$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -1$$

$$-2x_1 + 3x_2 - x_3 + 3x_4 = 11.$$

Ako sustav ima rješenja, onda pismeno provjerite rješenje uvrštavanjem u barem jednu od jednačba.(10 bodova)

2. Zadani su vektori $\vec{a} = -\vec{i} + 5\vec{j} + 7\vec{k}$, $\vec{b} = \vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

(i) Odredite obujam paralelepipeda razapetog tim vektorima.
(4 boda)

(ii) Prikažite vektor $2\vec{k}$ kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (4 boda)

(iii) Odredite x tako da vektori $\vec{a} = x\vec{i} + 5\vec{j} + x\vec{k}$, $\vec{b} = (2 + 5x)\vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{c} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$ za taj x budu komplanarni. (4 boda)

3. U polju kompleksnih brojeva \mathbb{C} riješite jednadžbu:

$|1 - 2i - 3iz| = |3iz - 2i + 3|$, te u **kompleksnoj ravnini** predočite skup rješenja. Također, napišite jedno od rješenja i provjerite zadovoljava li početnu jednadžbu. (8 bodova)

4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{x^2-9}{-5-x}$. Odredite:

(i) domenu, nultočke te parnost/neparnost funkcije, (3 boda)

(ii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne) te ugrubo skicirajte graf funkcije (koristeći podatke iz (i) i (ii)), (5 bodova)

(iii) lokalne ekstreme i područje rasta/pada funkcije, (5 bodova)

(iv) područje konveksnosti/konkavnosti i točke infleksije grafa funkcije.
(4 boda)

(v) Precizno nacrtajte graf ove funkcije koristeći rezultate iz prethodnih podzadataka. (3 boda)