

**MATEMATIKA 1****1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

**1. zadatak**

(i) Zadani su  $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$ ,  $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$  i  $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$ . Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  te formulu za mješoviti produkt vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ . (3 boda)

(ii) Jesu li vektori  $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  i  $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$  kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

(iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju?  
(2 boda)

(iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori  $\vec{a}$  i  $\vec{b}$  kao u (ii), a treći brid je određen vektorom  $\vec{c} = \vec{j} - 3\vec{k}$ . Koja je visina tog tijela? (3 boda)

**MATEMATIKA 1****1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****2. zadatak**

- (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \end{pmatrix}$ . (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned}2x + y - z &= -2 \\x - y + z &= -1 \\-x + y - 2z &= 0. \quad (1 \text{ bod})\end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

**MATEMATIKA 1****1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****3. zadatak**

(i) Zapišite veze između funkcije  $f$  i njoj inverzne funkcije  $f^{-1}$ . (2 boda)

(ii) Zapišite veze iz (i) ako je  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ . (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je  $f(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$  (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije  $f$  u  $x_0$  i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije  $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ . (3 boda)

**MATEMATIKA 1****1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****4. zadatak**

(i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije  $f$  oko  $x_0$  i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost  $f(1.02)$  ako je  $f(x) = \frac{\ln x}{x}$ . (2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije  $f$  u točki  $(x_0, f(x_0))$  i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije  $f(x) = \sqrt{x-2}$  u točki grafa s prvom koordinatom  $x_0 = 3$ . Nacrtajte graf funkcije  $f$  i navedenu tangentu. (3 boda)



**MATEMATIKA 1****1. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****5. zadatak**

(i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije  $f$  i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije  $f$  i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija  $f(x) = x^3 + 6x^2 + 11x + 6$ . Računski odredite točke lokalnih ekstrema i točke infleksije ove funkcije te skicirajte njen graf. (4 boda)

**MATEMATIKA 1****2. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

**1. zadatak** Riješite linearni sustav:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 0 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 - 5x_4 = 12 \\ 5x_1 + 9x_2 - 9x_3 - 5x_4 = -8 \\ 3x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 11. \end{cases}$$

(10 bodova)



**MATEMATIKA 1****2. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****2. zadatak**

- (i) Matrično zapišite linearan operator  $A$  koji predstavlja rotaciju prostora oko  $Z$  osi za kut od  $7\pi/6$  te nađite sliku točke  $T(-\sqrt{3}, 1, 0)$  s obzirom na tu transformaciju. (3 boda)

- (ii) Neka je

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

matrični zapis linearnog operatora transformacije. Što on predstavlja?

Odredite matrični zapis operatora  $C$  koji se dobije kompozicijom operatora  $A$  i  $B$ , s tim da prvo djeluje operator  $A$ . (2 boda)

- (iii) Odredite površinu paralelograma koji određuju vektori  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$  i  $\vec{b} = 3\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$ . (2 boda)

- (iv) Neka je  $\vec{c} = \vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ . Prikažite vektor  $\vec{d} = \vec{i} - 2\vec{j} + 7\vec{k}$  kao linearnu kombinaciju vektora  $\vec{a}$ ,  $\vec{b}$  i  $\vec{c}$ . (3 boda)



**MATEMATIKA 1****2. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****3. zadatak**

(i) Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(1 + \frac{5}{2x - 5}\right)^{1-2x}$ . (5 bodova)

(ii) Razvijte funkciju

$$f(x) = \frac{5}{2 - 4x}$$

oko točke  $x_0 = 0$ . Napišite prva tri člana tog reda. (5 bodova)





**MATEMATIKA 1****2. dio****Ispit – 12. srpnja 2019.****4. zadatak** Zadana je funkcija

$$f(x) = \frac{2x - 3}{e^{3-2x}}.$$

(i) Odredite domenu i nultočke funkcije  $f$ . (2 boda)(ii) Odredite sve asimptote grafa funkcije  $f$ . (5 bodova)

(iii) Odredite intervale pada/rasta i lokalne ekstreme. (6 bodova)

(iv) Odredite intervale konveksnosti/konkavnosti i točke infleksije. (4 boda)

(v) Koristeći dobivene podatke, precizno nacrtajte graf funkcije  $f$ . (3 boda)