

MATEMATIKA 1**1. dio****Ispit – 16. rujna 2020.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Zadani su $\vec{a} = a_1\vec{i} + a_2\vec{j} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = b_1\vec{i} + b_2\vec{j} + b_3\vec{k}$ i $\vec{c} = c_1\vec{i} + c_2\vec{j} + c_3\vec{k}$. Napišite formule za skalarni i vektorski produkt vektora \vec{a} i \vec{b} te formulu za mješoviti produkt vektora \vec{a} , \vec{b} i \vec{c} . (3 boda)

(ii) Jesu li vektori $\vec{a} = -\vec{j} - \vec{k}$ i $\vec{b} = 2\vec{i} + \vec{k}$ kolinearni? Obrazložite odgovor! (2 boda)

(iii) Jesu li vektori iz (ii) ortogonalni? Obrazložite odgovor! Kolika je površina lika kojeg razapinju?
(2 boda)

(iv) Odredite volumen tijela kojem bazu razapinju vektori \vec{a} i \vec{b} kao u (ii), a treći brid je određen vektorom $\vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$. Koja je visina tog tijela? (3 boda)

MATEMATIKA 1**1. dio****Ispit – 16. rujna 2020.****2. zadatak**

- (i) Napišite formule za determinantu i inverz kvadratne matrice drugog reda te navedite uvjet egzistencije inverzne matrice. (3 boda)

- (ii) Odredite inverz matrice $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \end{bmatrix}$. (3 boda)

(iii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice. Koji je uvjet za postojanje rješenja? (2 boda)

(iv) Zapišite matrično sustav

$$\begin{aligned} -x - y - z &= -3 \\ x + y + 2z &= 4 \\ 2x - y + z &= 2. \quad (1 \text{ bod}) \end{aligned}$$

(v) Riješite gornji sustav pomoću formule iz (iii) i inverzne matrice iz (ii). (1 bod)

MATEMATIKA 1**1. dio****Ispit – 16. rujna 2020.****3. zadatak**

(i) Zapišite veze između funkcije f i njoj inverzne funkcije f^{-1} . (2 boda)

(ii) Odredite inverznu funkciju f^{-1} za $f(x) = -1 + \ln x$ te zapišite veze iz (i). (2 boda)

(iii) Koja je veza između grafova dviju međusobno inverznih funkcija? Predočite tu vezu ako je $f(x) = -1 + \ln x$ (precizan crtež). (3 boda)

(iv) Napišite formulu za derivaciju funkcije f u x_0 i prema toj formuli odredite derivaciju funkcije $f(x) = x^3 - 1$. (3 boda)

MATEMATIKA 1

1. dio

Ispit – 16. rujna 2020.

4. zadatak

(i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 i geometrijski je predočite. (3 boda)

(ii) Koristeći gornju formulu izračunajte približnu vrijednost $f(1.01)$ ako je $f(x) = \frac{1}{x^3+1}$. 2 boda)

(iii) Predočite geometrijski tangentu na graf općenite funkcije f u točki $(x_0, f(x_0))$ i napišite jednadžbu te tangente. (2 boda)

(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 - 1$ u točki grafa s prvom koordinatom $x_0 = 1$. Nacrtajte graf funkcije f i navedenu tangentu. (3 boda)

MATEMATIKA 1

1. dio

Ispit – 16. rujna 2020.

5. zadatak

(i) Predočite ubrzani i usporeni rast te ubrzani i usporeni pad funkcije i zapišite uvjete pomoću derivacija. (2 boda)

(ii) Napišite nužan uvjet za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ga geometrijski. (2 boda)

(iii) Napišite dovoljne uvjete za lokalne ekstreme općenite funkcije f i objasnite ih geometrijski. (2 boda)

(iv) Zadana je funkcija $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$. Računski odredite točke lokalnih ekstrema i točke infleksije ove funkcije. (4 boda)

MATEMATIKA 1**2. dio****Ispit – 16. rujna 2020.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak Koristeći elementarne matrične transformacije, riješite linearni sustav:

$$\begin{cases} 3x_1 + 7x_2 - 2x_3 - 12x_4 - 3 = 0 \\ x_1 + 2x_2 \quad \quad - 4x_4 = 0 \\ -x_1 - 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 2 = 0 \\ \quad \quad x_2 - x_3 \quad \quad - 3 = 0. \end{cases}$$

(10 bodova)

MATEMATIKA 1**2. dio****Ispit – 16. rujna 2020.****2. zadatak**

- (i) Matrično zapišite linearan operator A koji predstavlja rotaciju prostora oko X osi za kut od $5\pi/3$ te nađite sliku točke $T(-\sqrt{2}, 0, 1)$ s obzirom na tu transformaciju. (3 boda)

- (ii) Neka je

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

matrični zapis linearnog operatora transformacije. Što on predstavlja?

Odredite matrični zapis operatora C koji se dobije kompozicijom operatora A i B , s tim da prvo djeluje operator A . (2 boda)

- (iii) Izračunajte obujam paralelepipeda koji određuju vektori $\vec{a} = 6\vec{i} - 6\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = -\vec{j} + \vec{k}$ i $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$. (2 boda)

- (iv) Prikažite vektor $\vec{d} = -12\vec{i} + 7\vec{j} + 7\vec{k}$ kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{b} . (3 boda)

MATEMATIKA 1**2. dio****Ispit – 16. rujna 2020.****3. zadatak**

(i) Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-5x^2}{1 - \cos(2x)}$. (5 bodova)

(ii) Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x) = -(x + 2)^2 e^{-3x}.$$

(5 bodova)

MATEMATIKA 1**2. dio****Ispit – 16. rujna 2020.****4. zadatak** Zadana je funkcija

$$f(x) = 2\frac{\ln x}{x} - 1.$$

(i) Odredite domenu funkcije f . (2 boda)(ii) Odredite sve asimptote grafa funkcije f . (5 bodova)

(iii) Odredite intervale pada/rasta i lokalne ekstreme. (6 bodova)

(iv) Odredite intervale konveksnosti/konkavnosti i točke infleksije. (4 boda)

(v) Koristeći dobivene podatke, precizno nacrtajte graf funkcije f . (3 boda)