

VJEŽBE IZ MATEMATIKE 1

Ivana Baranović
Miroslav Jerković

Lekcija 3

Zapis nekih transformacija
ravnine i prostora - pojam matrice
i linearnog operatora

Vježbe iz Matematike 1.

3. Zapis nekih transformacija ravnine i prostora - pojam matrice i linearnog operatora.

Zadatak 1 Nadite vektor translacije koji prevodi točku $(2, 1, 3)$ u točku $(1, 1, 2)$.

Zadatak 2 Nadite točku dobivenu translacijom točke $(-1, 0, 5)$ za vektor $\vec{v} = 3\vec{a} + 2\vec{j} - \vec{k}$.

Zadatak 3 Napišite matrično operator rotacije za kut od:

- a) $\alpha = 45^\circ$
- b) $\alpha = 150^\circ$
- c) $\alpha = 300^\circ$

u ravninskom koordinatnom sustavu.

Zadatak 4 Za koji kut treba rotirati točku $(2, 2)$ da bismo dobili točku $(-1 - \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3})$? Napišite matricu te transformacije!

Zadatak 5 Napišite matrice sljedećih transformacija prostora:

- a) rotacija oko y -osi za kut od $\alpha = 240^\circ$
- b) simetrija obzirom na $x - z$ ravninu
- c) projekcija na $y - z$ ravninu,

te ih primijenite redom na sljedeće točke:

- 1) $(1, 1, 1)$
- 2) $(2, -1, 4)$
- 3) $(0, 3, -2)$.

Zadatak 6 Primijenite sukcesivno na točku $(2, 2, 1)$ sljedeće transformacije prostora:

- a) transformaciju a), potom transformaciju b) iz prethodnog zadatka
- b) transformaciju b), potom transformaciju a) iz prethodnog zadatka.

Dobivate li iste točke? Objasnite zašto!

Zadatak 7 Pokažite da množenjem matrica transformacija pod a) i b) u zadatku 5 dobivate matricu koja primijenjena na proizvoljnu točku prostora daje istu točku koju bismo dobili da smo početnu točku sukcesivno transformirali najprije jednom, a potom drugom transformacijom (nebitno kojim redoslijedom).

Zadatak 8 Napišite primjer matrice preslikavanja:

- a) ravnine u prostor
- b) prostora u ravninu
- c) ravnine u ravninu
- d) prostora u prostor.

Koje od ovih matrica možemo množiti i u kojem redoslijedu? Objasnite!

Zadatak 9 Pronađite tri različite transformacije prostora čija sukcesivna primjena na proizvoljnu točku daje istu tu točku. Pokažite da je umnožak matrica tih preslikavanja jedinična matrica.

Zadatak 10 Pokažite da sukcesivnom primjenom sljedećih transformacija ravnine rotacije za kut α , centralne simetrije te rotacije za kut $180^\circ - \alpha$ u ravnini dobivamo identitetu, tj. transformaciju koja preslikava točku u nju samu. Interpretirajte zadatak geometrijski (crtežom) i analitički (tako da pokažete da umnožak matrica ovih transformacija daje jediničnu matricu)!