

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, PRVI DIO A GRUPA 7. lipnja 2008.

1. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' = y$, $y(1) = 2$ i objasnite rješenje.
(iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y, y', y'', ω^2, A te početnih uvjeta.

2. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednačbu 2. reda s konstantnim koeficijentima.
(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednačbe iz (i).
(iii) Riješite diferencijalne jednačbe $y'' - 7y' + 12y = 0$, $y'' - 6y' + 9y = 0$, $y'' - 4y' + 6y = 0$.
3. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini.
(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = x^2$ i D zadano s $-1 \leq x \leq 2$, $-1 \leq y \leq x + 1$. Slika!
(iii) Objasnite značenje integrala iz (ii) ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase.
4. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednačbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene.
(ii) Izdvojite linearne od nelinearnih. Objasnite!

$$\text{a) } xy' = \sin x, \quad \text{b) } y' - \frac{2x}{y} = x, \quad \text{c) } y' - \frac{2y}{x} = x, \quad \text{d) } y' = x^2 y^2$$

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednačba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + y = (x + 1)^2$.
5. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata.
(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{3\pi}{4}$, $2 \leq r \leq 3$.
(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje.

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, PRVI DIO B GRUPA 7. lipnja 2008.

1. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata.
(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{2\pi}{3}$, $3 \leq r \leq 4$.
(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje.
2. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' = y$, $y(2) = 3$ i objasnite rješenje.
(iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y, y', y'', ω^2, A te početnih uvjeta.

3. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene.
(ii) Izdvojite linearne od nelinearnih. Objasnite!

$$\text{a) } y' + \frac{2x}{y} = x, \quad \text{b) } xy' = \cos x, \quad \text{c) } y' = x^2 y^3, \quad \text{d) } y' + \frac{y}{x^2} = x$$

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + y = (x + 1)^2$.
4. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima.
(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i).
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe $y'' - 7y' + 10y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$, $y'' - 6y' + 11y = 0$.
5. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini.
(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = x^2$ i D zadano s $-2 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq x + 2$. Slika!
(iii) Objasnite značenje integrala iz (ii) ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase.

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, PRVI DIO C GRUPA 7. lipnja 2008.

1. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene.
(ii) Izdvojite linearne od nelinearnih. Objasnite!

$$\text{a) } y' = x^3 y^2, \quad \text{b) } xy' = \tan x, \quad \text{c) } y' + \frac{3x}{y^2} = x + 1, \quad \text{d) } y' - \frac{y}{x^2} = x - 1$$

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + y = (x + 1)^2$.
2. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata.
(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{6}$, $1 \leq r \leq 3$.
(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje.
3. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima.
(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i).
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe $y'' - 7y' + 6y = 0$, $y'' - 2y' + y = 0$, $y'' - 10y' + 27y = 0$.
4. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini.
(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = x^2$ i D zadano s $-1 \leq x \leq 3$, $-1 \leq y \leq x$. Slika!
(iii) Objasnite značenje integrala iz (ii) ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase.
5. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' = y$, $y(3) = 4$ i objasnite rješenje.
(iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y, y', y'', ω^2, A te početnih uvjeta.

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, DRUGI DIO A GRUPA 7. lipnja 2008.

1. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe $xy' + 3x + y = 0$. (2 boda)
(ii) Odredite ono partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(2) = 0$. (1 bod)
2. Riješite diferencijalnu jednačbu $y'' + 5y' + 6y = e^{2x}$. (3 boda)
3. (i) Skicirajte područje integracije za sljedeći integral $\int_0^3 (\int_{-\sqrt{9-x^2}}^{x-3} f(x,y)dy)dx$. (1 bod)
(ii) Promijenite poredak integracije u integralu iz (i). (1 bod)
(iii) Izračunajte (bez integriranja) dani integral za $f(x,y) = 1$ (koristite geometrijsku interpretaciju). (2 boda)
4. Zadana je familija integralnih krivulja $y = C(x - 2)$.
(i) Skicirajte neke tri integralne krivulje. (1 bod)
(ii) Odredite diferencijalnu jednačbu čije je opće rješenje dano gornjim izrazom. (1 bod)
5. (i) Napišite dvostruki integral koji odgovara obujmu tijela iz prvog oktanta odozgo omeđenog ravninom $x + y + z = 5$. (1 bod)
(ii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, DRUGI DIO A GRUPA 7. lipnja 2008.

1. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe $xy' + 3x + y = 0$. (2 boda)
(ii) Odredite ono partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(2) = 0$. (1 bod)
2. Riješite diferencijalnu jednačbu $y'' + 5y' + 6y = e^{2x}$. (3 boda)
3. (i) Skicirajte područje integracije za sljedeći integral $\int_0^3 (\int_{-\sqrt{9-x^2}}^{x-3} f(x,y)dy)dx$. (1 bod)
(ii) Promijenite poredak integracije u integralu iz (i). (1 bod)
(iii) Izračunajte (bez integriranja) dani integral za $f(x,y) = 1$ (koristite geometrijsku interpretaciju). (2 boda)
4. Zadana je familija integralnih krivulja $y = C(x - 2)$.
(i) Skicirajte neke tri integralne krivulje. (1 bod)
(ii) Odredite diferencijalnu jednačbu čije je opće rješenje dano gornjim izrazom. (1 bod)
5. (i) Napišite dvostruki integral koji odgovara obujmu tijela iz prvog oktanta odozgo omeđenog ravninom $x + y + z = 5$. (1 bod)
(ii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, DRUGI DIO A GRUPA 7. lipnja 2008.

1. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe $xy' + 3x + y = 0$. (2 boda)
(ii) Odredite ono partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(2) = 0$. (1 bod)
2. Riješite diferencijalnu jednačbu $y'' + 5y' + 6y = e^{2x}$. (3 boda)
3. (i) Skicirajte područje integracije za sljedeći integral $\int_0^3 (\int_{-\sqrt{9-x^2}}^{x-3} f(x,y)dy)dx$. (1 bod)
(ii) Promijenite poredak integracije u integralu iz (i). (1 bod)
(iii) Izračunajte (bez integriranja) dani integral za $f(x,y) = 1$ (koristite geometrijsku interpretaciju). (2 boda)
4. Zadana je familija integralnih krivulja $y = C(x - 2)$.
(i) Skicirajte neke tri integralne krivulje. (1 bod)
(ii) Odredite diferencijalnu jednačbu čije je opće rješenje dano gornjim izrazom. (1 bod)
5. (i) Napišite dvostruki integral koji odgovara obujmu tijela iz prvog oktanta odozgo omeđenog ravninom $x + y + z = 5$. (1 bod)
(ii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, DRUGI DIO B GRUPA 7. lipnja 2008.

- (i) Napišite dvostruki integral koji odgovara obujmu tijela iz prvog oktanta odozgo omeđenog ravninom $x + y + z = 2$. (1 bod)
(ii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
- (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe $xy' + 2x + y = 0$. (2 boda)
(ii) Odredite ono partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(2) = 0$. (1 bod)
- Zadana je familija integralnih krivulja $y = C(x + 3)$.
(i) Skicirajte neke tri integralne krivulje. (1 bod)
(ii) Odredite diferencijalnu jednačbu čije je opće rješenje dano gornjim izrazom. (1 bod)
- Riješite diferencijalnu jednačbu $y'' + y' - 2y = e^{3x}$. (3 boda)
- (i) Skicirajte područje integracije za sljedeći integral $\int_0^5 (\int_{-\sqrt{25-x^2}}^{x-5} f(x, y) dy) dx$. (1 bod)
(ii) Promijenite poredak integracije u integralu iz (i). (1 bod)
(iii) Izračunajte (bez integriranja) dani integral za $f(x, y) = 1$ (koristite geometrijsku interpretaciju). (2 boda)

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, DRUGI DIO B GRUPA 7. lipnja 2008.

- (i) Napišite dvostruki integral koji odgovara obujmu tijela iz prvog oktanta odozgo omeđenog ravninom $x + y + z = 2$. (1 bod)
(ii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
- (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe $xy' + 2x + y = 0$. (2 boda)
(ii) Odredite ono partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(2) = 0$. (1 bod)
- Zadana je familija integralnih krivulja $y = C(x + 3)$.
(i) Skicirajte neke tri integralne krivulje. (1 bod)
(ii) Odredite diferencijalnu jednačbu čije je opće rješenje dano gornjim izrazom. (1 bod)
- Riješite diferencijalnu jednačbu $y'' + y' - 2y = e^{3x}$. (3 boda)
- (i) Skicirajte područje integracije za sljedeći integral $\int_0^5 (\int_{-\sqrt{25-x^2}}^{x-5} f(x, y) dy) dx$. (1 bod)
(ii) Promijenite poredak integracije u integralu iz (i). (1 bod)
(iii) Izračunajte (bez integriranja) dani integral za $f(x, y) = 1$ (koristite geometrijsku interpretaciju). (2 boda)

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, DRUGI DIO B GRUPA 7. lipnja 2008.

- (i) Napišite dvostruki integral koji odgovara obujmu tijela iz prvog oktanta odozgo omeđenog ravninom $x + y + z = 2$. (1 bod)
(ii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
- (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe $xy' + 2x + y = 0$. (2 boda)
(ii) Odredite ono partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(2) = 0$. (1 bod)
- Zadana je familija integralnih krivulja $y = C(x + 3)$.
(i) Skicirajte neke tri integralne krivulje. (1 bod)
(ii) Odredite diferencijalnu jednačbu čije je opće rješenje dano gornjim izrazom. (1 bod)
- Riješite diferencijalnu jednačbu $y'' + y' - 2y = e^{3x}$. (3 boda)
- (i) Skicirajte područje integracije za sljedeći integral $\int_0^5 (\int_{-\sqrt{25-x^2}}^{x-5} f(x, y) dy) dx$. (1 bod)
(ii) Promijenite poredak integracije u integralu iz (i). (1 bod)
(iii) Izračunajte (bez integriranja) dani integral za $f(x, y) = 1$ (koristite geometrijsku interpretaciju). (2 boda)

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, DRUGI DIO C GRUPA 7. lipnja 2008.

1. Zadana je familija integralnih krivulja $y = C(x - 1)$.
 - (i) Skicirajte neke tri integralne krivulje. (1 bod)
 - (ii) Odredite diferencijalnu jednadžbu čije je opće rješenje dano gornjim izrazom. (1 bod)
2. (i) Napišite dvostruki integral koji odgovara obujmu tijela iz prvog oktanta odozgo omeđenog ravninom $x + y + z = 3$. (1 bod)
 - (ii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' - y' - 6y = e^{2x}$. (3 boda)
4. (i) Skicirajte područje integracije za sljedeći integral $\int_0^2 (\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{x-2} f(x, y) dy) dx$. (1 bod)
 - (ii) Promijenite poredak integracije u integralu iz (i). (1 bod)
 - (iii) Izračunajte (bez integriranja) dani integral za $f(x, y) = 1$ (koristite geometrijsku interpretaciju). (2 boda)
5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $xy' + 4x + y = 0$. (2 boda)
 - (ii) Odredite ono partikularno rješenje jednadžbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(2) = 0$. (1 bod)

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, DRUGI DIO C GRUPA 7. lipnja 2008.

1. Zadana je familija integralnih krivulja $y = C(x - 1)$.
 - (i) Skicirajte neke tri integralne krivulje. (1 bod)
 - (ii) Odredite diferencijalnu jednadžbu čije je opće rješenje dano gornjim izrazom. (1 bod)
2. (i) Napišite dvostruki integral koji odgovara obujmu tijela iz prvog oktanta odozgo omeđenog ravninom $x + y + z = 3$. (1 bod)
 - (ii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' - y' - 6y = e^{2x}$. (3 boda)
4. (i) Skicirajte područje integracije za sljedeći integral $\int_0^2 (\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{x-2} f(x, y) dy) dx$. (1 bod)
 - (ii) Promijenite poredak integracije u integralu iz (i). (1 bod)
 - (iii) Izračunajte (bez integriranja) dani integral za $f(x, y) = 1$ (koristite geometrijsku interpretaciju). (2 boda)
5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $xy' + 4x + y = 0$. (2 boda)
 - (ii) Odredite ono partikularno rješenje jednadžbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(2) = 0$. (1 bod)

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, DRUGI DIO C GRUPA 7. lipnja 2008.

1. Zadana je familija integralnih krivulja $y = C(x - 1)$.
 - (i) Skicirajte neke tri integralne krivulje. (1 bod)
 - (ii) Odredite diferencijalnu jednadžbu čije je opće rješenje dano gornjim izrazom. (1 bod)
2. (i) Napišite dvostruki integral koji odgovara obujmu tijela iz prvog oktanta odozgo omeđenog ravninom $x + y + z = 3$. (1 bod)
 - (ii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' - y' - 6y = e^{2x}$. (3 boda)
4. (i) Skicirajte područje integracije za sljedeći integral $\int_0^2 (\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{x-2} f(x, y) dy) dx$. (1 bod)
 - (ii) Promijenite poredak integracije u integralu iz (i). (1 bod)
 - (iii) Izračunajte (bez integriranja) dani integral za $f(x, y) = 1$ (koristite geometrijsku interpretaciju). (2 boda)
5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $xy' + 4x + y = 0$. (2 boda)
 - (ii) Odredite ono partikularno rješenje jednadžbe iz (i) koje zadovoljava početni uvjet $y(2) = 0$. (1 bod)