

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

16. lipnja 2012.
1. dio, grupa A

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{6}$, $1 \leq r \leq 6$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

2. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - 6y' + 9y = 0$, $y'' + 2y' - 3y = 0$, $y'' - 4y' + 13y = 0$. (1 bod)

3. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $y' = y \cdot \cos x - x^3$, b) $y' + 3y^2 = 3^x$, c) $\sqrt{y} + 2y' = 1$,

d) $y' - 3x^2 = y$, e) $2y \cdot \ln x - 3 = y'$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' - 3y = 2xe^{3x}$. (1 bod)

4. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' - 3y = 2xe^{3x}$, $y(0) = 6$.
(1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

5. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = 4x^2$ i D zadano s $-1 \leq x \leq 2, 1 \leq y \leq 3$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

16. lipnja 2012.
1. dio, grupa B

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $y' - 2x^3 = y$, b) $4y \cdot \ln x - 7 = y'$, c) $y' = y \cdot \sin x - x^2$,

d) $y' + 2y^3 = 2^x$, e) $\sqrt{y} + 4y' = -1$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' - 4y = 2xe^{4x}$. (1 bod)

2. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' - 4y = 2xe^{4x}$, $y(0) = 5$.
(1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

3. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = 3x^2$ i D zadano s $-2 \leq x \leq 1, 2 \leq y \leq 3$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

4. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - 2y' - 15y = 0$, $y'' + 8y' + 16y = 0$, $y'' - 2y' + 5y = 0$. (1 bod)

5. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{7\pi}{4}$, $2 \leq r \leq 4$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

16. lipnja 2012.
1. dio, grupa C

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = 2x^2$ i D zadano s $-3 \leq x \leq 1, 1 \leq y \leq 4$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

2. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' - 6y' + 13y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$, $y'' + 2y' - 8y = 0$. (1 bod)

3. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $y' + 4y^4 = 5^x$, b) $\sqrt{y} + 3y' = 2$, c) $y' - 4x^2 = y$,

d) $3y \cdot \ln x - 5 = y'$, e) $y' = y \cdot \tan x - x^4$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' - 5y = 2xe^{5x}$. (1 bod)

4. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' - 5y = 2xe^{5x}$, $y(0) = 4$.
(1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y , y' , y'' , ω^2 , A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

5. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{3\pi}{4} \leq \varphi \leq \frac{11\pi}{6}$, $3 \leq r \leq 5$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)