

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

6. lipnja 2015.
1. dio, grupa A

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{5\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{11\pi}{6}$, $2 \leq r \leq 4$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

2. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:
 $y'' + 2y' - 8y = 0$, $y'' - 6y' + 13y = 0$, $y'' + 6y' + 9y = 0$. (1 bod)

3. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = \frac{y}{3x}$ i D zadano s $1 \leq x \leq 3, 2 \leq y \leq 4$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

4. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $\sqrt{xy} + 2y' = 7$, b) $y' + e^x = e^y$,

c) $3xy + e^{\sin x} \cdot y' = 0$, d) $x^7 \ln x = y + y' \cdot \tan x$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + 4xy = 2x \cdot e^{-2x^2}$. (1 bod)

5. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' + 4xy = 2x \cdot e^{-2x^2}$,
 $y(0) = 7$. (1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y, y', y'', ω^2, A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

6. lipnja 2015.
1. dio, grupa B

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

$$\text{a) } y' + e^{2x} = e^{3y}, \quad \text{b) } e^{\cos x} \cdot y' = 4xy,$$

$$\text{c) } x^5 \ln x = y + y' \cdot \cot x, \quad \text{d) } \sqrt{xy} + 3y' = 5.$$

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + 2xy = x \cdot e^{-x^2}$. (1 bod)

2. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' + 2xy = x \cdot e^{-x^2}$,
 $y(0) = 5$. (1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y, y', y'', ω^2, A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

3. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{7\pi}{6}$, $1 \leq r \leq 3$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

4. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = \frac{y}{4x}$ i D zadano s $2 \leq x \leq 3$, $1 \leq y \leq 4$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

5. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednađbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednađbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednađbe:
 $y'' - 8y' + 20y = 0$, $y'' + 4y' + 4y = 0$, $y'' + 5y' - 6y = 0$. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
3. kolokvij

6. lipnja 2015.
1. dio, grupa C

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednađbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednađbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednađbe:
 $y'' + 8y' + 16y = 0$, $y'' + 3y' - 10y = 0$, $y'' - 6y' + 25y = 0$. (1 bod)

2. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje $\iint_D f(x, y) dx dy$, gdje je f neka pozitivna funkcija i D područje u xy ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je $f(x, y) = \frac{y}{2x}$ i D zadano s $2 \leq x \leq 4$, $1 \leq y \leq 3$. Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je f funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište (x_T, y_T) za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

3. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a) $x^3 \ln x = y + y' \cdot \tan x$, b) $\sqrt{xy} + 3y' = 9$,

c) $5xy + e^{\cos x} \cdot y' = 0$, d) $y' + e^{4y} = e^{2x}$.

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru $y' + 6xy = 3x \cdot e^{-3x^2}$. (1 bod)

4. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda $y' + 6xy = 3x \cdot e^{-3x^2}$,
 $y(0) = 3$. (1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y, y', y'', ω^2, A te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

5. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine D zadan u polarnim koordinatama s $\frac{5\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{5\pi}{3}$, $2 \leq r \leq 5$. (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte $\iint_D f dx dy$ po području D iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)