

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa A****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.**

- Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

**1. zadatak**

(i) Napišite i izvedite formulu u pravokutnim koordinatama za volumen tijela omeđenog područjem  $D$  u  $xy$ -ravnini i grafom pozitivne funkcije  $f(x, y)$ . (2 boda)

(ii) Zapišite (ne trebate računati) dvostruki integral koji predstavlja volumen tijela omeđenog plohami  $y = 2$ ,  $y^2 = x - 1$ ,  $z = x + y$  i koordinatnim ravninama. (1 bod)

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa A****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.****2. zadatak**

(i) Zapišite i geometrijski predočite vezu polarnih i pravokutnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite u ravnini područje  $D$  omeđeno sa  $\frac{\pi}{2} \leq \phi \leq \pi$ ,  $0 \leq r \leq \frac{1}{\sin \phi - \cos \phi}$ . (1 bod)

(iii) Zapišite u polarnim koordinatama (ne trebate računati) dvostruki integral koji predstavlja površinu područja  $D$  iz podzadatka (ii). (1 bod)

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa A****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.****3. zadatak**

(i) Napišite formulu za masu nehomogene ploče  $D$  čija je funkcije gustoće mase  $f(x, y)$ . (1 bod)

(ii) Izračunajte masu pravokutnika s vrhovima  $(0, 1)$ ,  $(2, 1)$ ,  $(2, 5)$  i  $(0, 5)$  ako mu je funkcija gustoće mase

$$f(x, y) = 3x.$$

(1 bod)

(iii) Podijelite pravokutnik iz (ii) na dva dijela jednakih masa. (Skica!) (1 bod)

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa A****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.****4. zadatak**

(i) Objasnite razliku između općeg i partikularnog rješenja diferencijalne jednačbe, općenito i u slučaju obične diferencijalne jednačbe prvog reda. (1 bod)

(ii) Objasnite za kakve se jednačbe i kako koristi metoda separacije varijabli. (1 bod)

(iii) Metodom separacije varijabli riješite jednačbu

$$(x \operatorname{tg} y)y' - 4 = 0.$$

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa A****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.****5. zadatak**

(i) Definirajte Cauchyjev problem drugog reda. (1 bod)

(ii) Definirajte homogenu običnu diferencijalnu jednadžbu drugog reda s konstantnim koeficijentima i pripadnu karakterističnu jednadžbu. (1 bod)

(iii) Odredite opće rješenje jednadžbe

$$y'' + 4y' + 5y = 0.$$

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa B****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.**

- Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

**1. zadatak**

(i) Napišite i izvedite formulu u pravokutnim koordinatama za volumen tijela omeđenog područjem  $D$  u  $xy$ -ravnini i grafom pozitivne funkcije  $f(x, y)$ . (2 boda)

(ii) Zapišite (ne trebate računati) dvostruki integral koji predstavlja volumen tijela omeđenog plohami  $y = 1$ ,  $y^2 = x - 2$ ,  $z = x + y$  i koordinatnim ravninama. (1 bod)

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa B****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.****2. zadatak**

(i) Zapišite i geometrijski predočite vezu polarnih i pravokutnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite u ravnini područje  $D$  omeđeno sa  $\frac{3\pi}{2} \leq \phi \leq 2\pi$ ,  $0 \leq r \leq \frac{1}{\cos \phi - \sin \phi}$ . (1 bod)

(iii) Zapišite u polarnim koordinatama (ne trebate računati) dvostruki integral koji predstavlja površinu područja  $D$  iz podzadatka (ii). (1 bod)

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa B****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.****3. zadatak**

(i) Napišite formulu za masu nehomogene ploče  $D$  čija je funkcije gustoće mase  $f(x, y)$ . (1 bod)

(ii) Izračunajte masu pravokutnika s vrhovima  $(0, 2)$ ,  $(4, 2)$ ,  $(4, 4)$  i  $(0, 4)$  ako mu je funkcija gustoće mase

$$f(x, y) = 4x.$$

(1 bod)

(iii) Podijelite pravokutnik iz (ii) na dva dijela jednakih masa. (Skica!) (1 bod)

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa B****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.****4. zadatak**

(i) Objasnite razliku između općeg i partikularnog rješenja diferencijalne jednačbe, općenito i u slučaju obične diferencijalne jednačbe prvog reda. (1 bod)

(ii) Objasnite za kakve se jednačbe i kako koristi metoda separacije varijabli. (1 bod)

(iii) Metodom separacije varijabli riješite jednačbu

$$3 + (x \operatorname{ctg} y)y' = 0.$$

**MATEMATIKA 2****1. dio, grupa B****3. kolokvij – 8. lipnja 2019.****5. zadatak**

(i) Definirajte Cauchyjev problem drugog reda. (1 bod)

(ii) Definirajte homogenu običnu diferencijalnu jednadžbu drugog reda s konstantnim koeficijentima i pripadnu karakterističnu jednadžbu. (1 bod)

(iii) Odredite opće rješenje jednadžbe

$$y'' - 6y' + 10y = 0.$$