

3. OGLEDNI KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE II, PRVI DIO

1. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogenu i nehomogenu.
(ii) Izdvojite linearne od nelinearnih:

$$\text{a) } yy' = x, \quad \text{b) } xy' = y, \quad \text{c) } y' + 2y = 1, \quad \text{d) } y' + 2y = x$$

(iii) Provjerite je li $y = 2e^{-kx}$ partikularno rješenje diferencijalne jednadžbe $y' + ky = 0$.

2. (i) Definirajte Cauchyev problem prvog reda.
(ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda

$$y' = ky, \quad y(0) = A,$$

gdje su k i A realni brojevi.

- (iii) Povežite (ii) s konkretnim fizikalnim problemom, predočite rješenje grafički i komentirajte.
3. (i) Definirajte homogenu linearnu diferencijalnu jednadžbu drugog reda s konstantnim koeficijentima.
(ii) Napišite karakterističnu jednadžbu diferencijalne jednadžbe iz (i) i komentirajte mogućnosti.
(iii) Zapišite opće rješenje diferencijalne jednadžbe iz (i).
4. (i) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje y, y', y'', ω^2, A te početnih uvjeta.

- (ii) Objasnite nastanak diferencijalne jednadžbe $y'' + \omega^2 y = 0$.

5. Provjerite da je

(i) $y = C_1 \cos \omega t + C_2 \sin \omega t$ rješenje diferencijalne jednadžbe $y'' + \omega^2 y = 0$ za sve $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$

(ii) $y = \frac{a}{2}t^2 + C_1 t + C_2$ rješenje diferencijalne jednadžbe $y'' = a$ za sve $C_1, C_2 \in \mathbb{R}$

(iii) $x^2 + y^2 = C$ opće rješenje diferencijalne jednadžbe $x dx + y dy = 0$ za sve $C \in \mathbb{R}$.