

1. (i) Što je primitivna funkcija? Odgovorite rečenicom i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = xe^x - 2$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = (x+1)e^x$? Obrazložite! (4 boda)
(iii) Odredite $\int \cos(2x - 3)dx$. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^3 (x^2 - 2x)dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko (x_0, y_0) . (2 boda)
(ii) Napišite formulu za prirast funkcije f oko (x_0, y_0) i za približni prirast. (2 boda)
(iii) Odredite prirast i približni prirast ako je $f(x, y) = y^2 - x^2$, $(x_0, y_0) = (4, 5)$, u ovisnosti o Δx , Δy i posebno za $\Delta x = 0.1$, $\Delta y = -0.1$. (6 bodova)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y)dxdy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Opišite (i) ako je $f(x, y) = y^2$ i ako je D zadano s $-2 \leq x \leq 1$, $x^2 - 5 \leq y \leq x + 1$. Slika! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). Interpretirajte ga ako je f funkcija gustoće mase. (4 boda)
5. (i) Zapišite opću homogenu linearnu diferencijalnu jednadžbu drugog reda i njenu karakterističnu jednadžbu. Kakva mogu biti rješenja karakteristične jednadžbe? (3 boda)
(ii) Opišite opće rješenje diferencijalne jednadžbe iz (i). (3 boda)
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe $y'' - 6y' + 5y = 0$, $y'' - 4y' + 4y = 0$ i $y'' + 2y' + 2y = 0$. Odredite partikularna rješenja ako je $y(0) = 2$, $y'(0) = 6$. (4 boda)

1. (i) Nađite dvije primitivne funkcije od $f(x) = \frac{1}{\ln \tan x} \cdot \frac{1}{\tan x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} + 7x^2$. Provjerite rezultat! (5 bodova)
(ii) Riješite integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx$. (5 bodova)
2. (i) Skicirajte područje omeđeno krivuljama $y = e^x$, $y = 1$ i $x = \ln 2$ te napišite određeni integral koji odgovara površini tog područja i izračunajte ga. (5 bodova)
(ii) Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom područja iz (i) oko osi x . (5 bodova)
3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \ln(x + y^2)$.
(i) Pokažite da je $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$. (5 bodova)
(ii) Nađite druge parcijalne derivacije te funkcije u točki $(1, 1)$. (5 bodova)
4. (i) Pokažite da funkcija $f(x, y)$ iz prethodnog zadatka nema lokalnih ekstrema. (5 bodova)
(ii) Nađite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(1, 1, \ln 2)$. (5 bodova)
5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y' + \frac{2y}{x} = x^3$. (7 bodova)
(ii) Riješite Cauchyev problem:

$$y' + \frac{2y}{x} = x^3, \quad y(1) = \frac{1}{6}. \quad (3 \text{ boda})$$

1. (i) Nađite dvije primitivne funkcije od $f(x) = \frac{1}{\ln \tan x} \cdot \frac{1}{\tan x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} + 7x^2$. Provjerite rezultat! (5 bodova)
(ii) Riješite integral $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx$. (5 bodova)
2. (i) Skicirajte područje omeđeno krivuljama $y = e^x$, $y = 1$ i $x = \ln 2$ te napišite određeni integral koji odgovara površini tog područja i izračunajte ga. (5 bodova)
(ii) Izračunajte volumen tijela koje nastaje rotacijom područja iz (i) oko osi x . (5 bodova)
3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \ln(x + y^2)$.
(i) Pokažite da je $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$. (5 bodova)
(ii) Nađite druge parcijalne derivacije te funkcije u točki $(1, 1)$. (5 bodova)
4. (i) Pokažite da funkcija $f(x, y)$ iz prethodnog zadatka nema lokalnih ekstrema. (5 bodova)
(ii) Nađite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(1, 1, \ln 2)$. (5 bodova)
5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednadžbe $y' + \frac{2y}{x} = x^3$. (7 bodova)
(ii) Riješite Cauchyev problem:

$$y' + \frac{2y}{x} = x^3, \quad y(1) = \frac{1}{6}. \quad (3 \text{ boda})$$