

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$? Objasnite riječima i formulom. (2 boda)
(ii) Je li $F(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1+\sin^2 x}{\cos^3 x}$? Obrazložite. (4 boda)
(iii) Odredite $\int \frac{2x+2}{x^2+1} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)
2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-1}^3 (-x^2 + 3x - 2) dx$. (4 boda)
(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)
3. (i) Napišite oba oblika formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (3 boda)
(ii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (3 boda)
(iii) Izračunajte približnu vrijednost $f(x_0 + \Delta x, y_0 + \Delta y)$ ako je $f(x, y) = \sin(2x + 3y)$, $(x_0, y_0) = (\pi, \pi)$, $\Delta x = -0.1$, $\Delta y = 0.1$. (4 boda)
4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)
(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 3x + 4y$ i ako je $D := 1 \leq x \leq 3, x + 1 \leq y \leq x + 2$. Nacrtajte područje D ! (4 boda)
(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)
5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)
(ii) Odredite koja je od sljedećih diferencijalnih jednadžbi linearna prvog reda i objasnite zašto:
 $(a) \sin x \cdot y' = y + 3x, \quad (b) yy' = x - 5, \quad (c) y \cdot (y')^2 = x - 3, \quad (d) 2y' = 3xy + e^x.$
Za linearne recite jesu li homogene ili nehomogene. Objasnite! (3 boda)
(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe: $y'' + 3y' - 10y = 0, y'' - 4y' + 53y = 0, y'' - 12y' + 36y = 0$. (4 boda)

1. (i) Izračunajte $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2 x dx$. (4 boda)
(ii) Izračunajte $\int_0^{+\infty} x e^{-x^2} dx$. (4 boda)
(iii) Geometrijski interpretirajte integral pod ii). (2 boda)
2. (i) Napišite određeni integral koji odgovara volumenu rotacionog tijela koje dobijemo rotacijom područja omeđenog koordinatnim osima, pravcem $x = 1$ i grafom funkcije $f(x) = x^2 + 1$ oko osi y . (6 bodova)
(ii) Riješite integral iz (i). (4 boda)
3. Riješite Cauchyev problem:

$$\begin{aligned}x \frac{dy}{dx} &= 2x + y, \\ y(1) &= 8.\end{aligned}$$

(10 bodova)

4. Zadana je funkcija $f(x, y) = x^3 + 3xy + \frac{1}{2}y^2$.
(i) Nađite i ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)
(ii) Nađite tangencijalnu ravninu na graf te funkcije u točki $(0, 0, 0)$. (4 boda)
5. (i) Odredite diferencijalnu jednadžbu koju zadovoljava familija krivulja
$$y = C(x - C)^2. \quad (6 \text{ bodova})$$

(ii) Skicirajte onu krivulju koja prolazi točkom $(0, 1)$. (4 boda)