

MATEMATIKA 2
Ispit

18. lipnja 2013.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Je li $F(x) = \sin e^{e^x}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = e^{e^x} \cos e^{e^x}$?
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite $\int 2x \operatorname{ctg}(x^2)dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem ili na neki drugi način. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = e^{4x^2 - 9y^2}$ oko $(x_0, y_0) = (3, 2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.01$ i $\Delta y = 0.02$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = x^2$ i $y = x^3$ te pravcima $x = -1$ i $x = 0$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

(a) $\ln y - x = 2y'$ (b) $x^2y' + 2 = y \sin x$ (c) $7 = y' + y''$ (d) $e^{\sin x} + 2xy' = y$.

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

18. lipnja 2013.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i) $\int_{-\infty}^0 \frac{e^{3x}}{e^{3x}+3} dx$, (5 bodova)

(ii) $\int 4 \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} dx$. (5 bodova)

2. (i) Geometrijski interpretirajte integral $\int_{-1}^5 |x^2 - 5x + 4| dx$. (4 boda)

(ii) Riješite integral pod (i). (6 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x) = \sqrt{2 - x^2 - y^2} + \sqrt{4x^2 + 4y^2 - 2} + \arcsin x$.

(i) Skicirajte domenu te funkcije. (5 bodova)

(ii) Izračunajte $f_{xx}(1/2, 1)$ i $f_{yy}(1/2, 1)$. (5 bodova)

4. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednađbe

$$y' = \frac{x^2}{2y + \sin y}.$$

(7 bodova)

- (ii) Riješite Cauchyjev problem

$$y' = \frac{x^2}{2y + \sin y}, y(1) = \pi. \quad (3 \text{ boda})$$

5. (i) Nađite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y = e^x.$$

(7 bodova)

(ii) Riješite Cauchyjev problem

$$y'' - 4y = e^x, y(0) = 0, y'(0) = 3. \quad (3 \text{ boda})$$