

MATEMATIKA 2  
Ispit

12. veljače 2014.  
**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	<b>ukupno</b>

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li  $F(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = \frac{2}{\sin 2x - 1}$ ?  
Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite  $\int \frac{\sqrt{x^2-1}}{x^3} dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_0^2 (x^2 - \sqrt{x}) dx$ . (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju  $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - y^2}}$  oko  $(x_0, y_0) = (-5, 3)$ . (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii). Posebno za  $\Delta x = 0.01$  i  $\Delta y = -0.02$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljama  $y = \sqrt{-2x}$  i  $y = 4 - \sqrt{2-x}$  te pravcem  $x = -3$ . Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) y'x = \frac{y}{\ln x} \quad (b) y' \cdot \cos x = y' + y \cdot \sin x$$

$$(c) (y' + 2y)(3x + 2y) = -9x^2 + 4y^2 \quad (d) \frac{y'}{y - x} = \sin x.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

12. veljače 2014.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i)  $\int_2^{\infty} \frac{dx}{2(\sqrt{x}+1)^2\sqrt{x}}$ , (5 bodova)

(ii)  $\int e^{3x}(x^3 + 1)dx$ . (5 bodova)

2. (i) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približnu vrijednost izraza

$$\sqrt[3]{(0.98^2 + 7)^2} + 0.98 \cos(0.1).$$

(5 bodova)

- (ii) Odredite kandidate za lokalne ekstreme funkcije koju ste definirali pod (i). (5 bodova)

3. Zadan je integral  $\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} \frac{1}{x} dy$ .

(i) Skicirajte područje integracije. (2 boda)

(ii) Zapišite taj integral u polarnim koordinatama. (4 boda)

(iii) Izračunajte taj integral. (Možete koristiti zapis u pravokutnim ili polarnim koordinatama.) (4 boda)

4. Zadana je funkcija  $f(x, y) = 3 \ln(\ln(x^2) - \ln(y^3))$ .

(i) Izračunajte  $f_x(e^2, e)$ ,  $f_y(e^2, e)$  i  $f_{xy}(e^2, e)$ . (5 bodova)

(ii) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf te funkcije u točki  $(e^2, e)$ . (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$(2 + e^x)yy' = e^x.$$

(5 bodova)

(ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$xy' \cos\left(\frac{y}{x}\right) = y \cos\left(\frac{y}{x}\right) - x.$$

(5 bodova)