

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

1. rujna 2014.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)
- (ii) Je li $F(x) = \sin(\cos x)$ primitivna funkcija funkcije
 $f(x) = \sin x \cdot \cos(\cos x)$? Objasnite! (4 boda)
- (iii) Odredite $\int \sin x \sqrt{\cos x} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_0^3 (x-1)^3 dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \ln(2x^2 + 3y^2)$ oko $(x_0, y_0) = (1, 1)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.02$ i $\Delta y = 0.01$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljom $y = \sqrt{x}$ te pravcima $y = -x + 2$ i $y = x - 2$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) y'x - y \sin x = 2 \quad (b) x \sin y - y' = 4x^2$$

$$(c) 1 + xyy' = 0 \quad (d) y' \ln x - y = 3x.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

1. rujna 2014.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Geometrijski interpretirajte integral

$$\int_{-3}^3 |4 - x^2| dx.$$

(5 bodova)

- (ii) Riješite integral zadan pod (i). (5 bodova)

2. (i) Odredite dvije primitivne funkcije funkcije

$$f(x, y) = 5^{7x} - \frac{\cos x}{\sin^2 x}.$$

(5 bodova)

(ii) Provjerite je li

$$F(x) = \frac{\pi}{16} + \frac{1}{8} \arctan \frac{x}{8}$$

primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{x^2+64}$. (5 bodova)

3. (i) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine u točki $(x_0, 0, 1)$, $x_0 > 0$, na plohu zadanu jednadžbom

$$xy^2 + yz^2 + zx^2 - 4 = 0.$$

(5 bodova)

- (ii) Izračunajte f_{xy} za funkciju zadanu zadanu implicitno sa

$$z = f(x, y), \quad xy^2 + yz^2 + zx^2 - 4 = 0.$$

(5 bodova)

4. (i) Koristeći linearnu aproksimaciju odredite približnu vrijednost funkcije

$$f(x, y) = \sqrt[3]{x - \sqrt{y}}$$

u točki (9.1, 1.09). (5 bodova)

- (ii) Odredite diferencijal funkcije zadane pod (i). (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$(x^2 - 3x + 4)y' - (2x - 3)y = 0.$$

(7 bodova)

- (ii) Riješite Cauchyjev problem

$$(x^2 - 3x + 4)y' - (2x - 3)y = 0, \quad y(0) = 4.$$

(3 boda)