

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2

Ispit

12. rujna 2014.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = \ln(\sqrt{x^2 - 2x})$ primitivna funkcija funkcije
 $f(x) = \frac{x}{x^2 - 2x}$? Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int (x - 1)\sqrt{x^2 - 2x}dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-4}^4 (-x^2 - x + 6) dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 - 7y^2}$ oko $(x_0, y_0) = (6, 2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.03$ i $\Delta y = -0.02$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljom $y = (x - 1)^3$ te pravcima $x = -1$ i $y = 1$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) y' - x \ln y = 0 \quad (b) 3xy' + 5y \cdot \sin x = 0$$

$$(c) y'' + 2xy = 0 \quad (d) y' + 3x^2 = y\sqrt{x}.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

12. rujna 2014.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Izračunajte

$$\int_0^1 \frac{e^{2x} + 2x}{\sqrt{2x^2 + e^{2x}}} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Izračunajte

$$\int_{-2}^2 |x + 1| dx.$$

(5 bodova)

2. (i) Napišite određeni integral koji odgovara volumenu tijela dobivenog rotacijom područja omeđenog koordinatnim osima i krivuljom $y = \sqrt{x+3}$ oko osi y . (6 bodova)

- (ii) Riješite integral iz (i). (4 boda)

3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \ln(4\pi - x)\sqrt{\frac{1}{2} - \sin y}$.

(i) Odredite i skicirajte njenu domenu. (5 bodova)

(ii) Odredite f_{xx} . (5 bodova)

4. Zadana je funkcija $f(x, y) = y\sqrt{x} - y^2 + 6y - x$.

(i) Odredite lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)

(ii) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf te funkcije u točki $(4, 1, f(4, 1))$. (4 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' + 2y' + 2y = 4e^x.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe zadane pod (i) koje zadovoljava početne uvjete $y(0) = 2$, $y'(0) = 0$. (3 boda)