

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

29. siječnja 2015.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{1}{(x-1)\sqrt{x^2-1}}$?
Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int \frac{\ln x^3}{x} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_0^2 (x-1)^3 dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2x^2+3y^2+2}}$ oko $(x_0, y_0) = (1, 2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.03$ i $\Delta y = 0.01$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljom $y = \sqrt{x}$, pravcem $y = -x + 2$ te x -osi. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) xyy' = 2 \sin x \quad (b) y' + 2x^2y = 4$$

$$(c) \frac{y'}{\ln x} + 2\sqrt{xy^2} = 0 \quad (d) 3xy = e^x \cdot y'$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

29. siječnja 2015.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 \sin x + \frac{\ln 2}{x}) dx$, (5 bodova)

(ii) $\int_0^{+\infty} \frac{e^x}{(e^x+1)^2} dx$. (5 bodova)

2. Zadana je funkcija $f(x, y) = 3 \ln(\ln(x^2) - \ln(y^3))$.

(i) Izračunajte $f_x(e^2, e)$, $f_y(e^2, e)$ i $f_{xy}(e^2, e)$. (5 bodova)

(ii) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf te funkcije u točki (e^2, e) . (5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x, y) = \ln(x^2 + y)$.

(i) Pokažite da funkcija f nema lokalne ekstreme. (5 bodova)

(ii) Izračunajte druge parcijalne derivacije funkcije f . (5 bodova)

4. (i) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljom

$$f(x) = (x + 1)(x - 1)(x - 2)$$

i x -osi. (5 bodova)

- (ii) Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom lika koji se dobije pod (i) oko x -osi. (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 2y = e^x.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početne uvjete $y(0) = 1$, $y'(0) = 1$. (3 boda)