

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

11. lipnja 2015.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = x^3 e^{x^2}$ primitivna funkcija funkcije
 $f(x) = (2x^4 + 2x^2)e^{x^2}$? Obrazložite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int \frac{dx}{2x\sqrt{\ln x}}$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_0^2 (x^3 - 1)dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \ln(x^2 - 2y^2)$ oko $(x_0, y_0) = (3, 2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.01$ i $\Delta y = -0.03$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljom $y = e^{x+2}$, pravcem $y = -x$ te y -osi. Slika!
(4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) xy + \sin y' = e^x \quad (b) 2x^3 + y \sin x = y' \tan x$$

$$(c) xy + y' = \pi \quad (d) x^2 y' - \cos(xy) = 0.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

11. lipnja 2015.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale

(i) $\int \frac{x^2}{\sqrt[3]{5+x^3}} dx$, (5 bodova)

(ii) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 - x^2) \cos x dx$. (5 bodova)

2. (i) Izračunajte površinu lika omeđenog krivuljama

$$y = x + 1 \quad \text{i} \quad y = \sqrt{x + 1}.$$

(5 bodova)

- (ii) Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom lika dobivenog pod (i) oko osi X. (5 bodova)

3. (i) Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = e^{y-x}(y^2 - 2x^2) - 8.$$

(6 bodova)

(ii) Izračunajte približnu vrijednost funkcije iz dijela (i) u točki (4.03, 3.96).
(4 boda)

4. Zadana je funkcija $f(x, y) = x \ln(x - y^2)$.

(i) Odredite diferencijal funkcije f . (2 boda)

(ii) Odredite domenu funkcije f . (2 boda)

(iii) Izračunajte $f_{xx}(5, 2)$ i $f_{yy}(5, 2)$. (6 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$2y'' - y' - y = 4xe^{-x}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početne uvjete $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. (3 boda)