

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

15. veljače 2016.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Pronađite jednu funkciju $f(x)$ takvu da joj je $F(x) = \frac{1}{\sqrt{\frac{x-x^2}{x+x^2}}}$ primitivna funkcija. Obrazložite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int \frac{\sqrt{\arctan x}}{x^2+1} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-7}^2 \sqrt[3]{x-1} dx$.
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \ln \sqrt{x - y}$ oko $(x_0, y_0) = (9, 5)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.02$ i $\Delta y = -0.05$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = x^2$ i $x = y^2$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) y^3 + y' = 2x \sin x \quad (b) \frac{xy}{y'} + 2 = 0$$

$$(c) 3 \sin x \cdot \cos y + y' = 2 \tan x \quad (d) y' \ln x + x^2 \sqrt{x} = 3y.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

15. veljače 2016.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale

(i) $\int \frac{4}{\sqrt{\arctan \frac{x}{2}}} \frac{1}{x^2+4} dx$, (5 bodova)

(ii) $\int x3^{x-1} dx$. (5 bodova)

2. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \sqrt[3]{(x^2 + 7)^2} + x \cos y.$$

(i) Odredite kandidate za lokalne ekstreme funkcije f . (5 bodova)

(ii) Koristeći linearnu aproksimaciju približno izračunajte $f(0.98, 0.1)$.
(5 bodova)

3. (i) Skicirajte domenu funkcije

$$f(x, y) = \ln(1 - x^2) + \ln(2 - y^2) + \arcsin \frac{y}{4x}.$$

(5 bodova)

(ii) Odredite drugu parcijalnu derivaciju f_{yx} funkcije

$$\ln z + 5xyz = x - y^2, \quad z = z(x, y),$$

u točki $(x_0, 0, 1)$. (5 bodova)

4. (i) Geometrijski interpretirajte integral

$$\int_0^2 dx \int_0^{\sqrt{2x-x^2}} dy.$$

(3 boda)

(ii) Zapišite taj integral u polarnim koordinatama. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral zadan pod (i). (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' + 2y' - 3y = e^{-3x}.$$

(7 bodova)

(ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi

$$y(0) = 1, \quad y'(0) = 1.$$

(3 boda)