

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

13. lipnja 2016.

**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Pronađite neke dvije primitivne funkcije funkcije  $f(x) = \ln x^2$ .  
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite  $\int \frac{1}{x \ln^3 x} dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_{-2}^4 (x-1)(x+2)(x-3)dx$ .  
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)
- (ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju  $f(x, y) = \arctan(x^2 + y^2 - 2)$  oko  $(x_0, y_0) = (1, -1)$ . (4 boda)
- (iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii). Posebno za  $\Delta x = 0.03$  i  $\Delta y = -0.04$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljama  $y = \sqrt{x+2}$  i  $x + y = 4$ . Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) \sqrt[3]{xy} + 2x = \tan y' \quad (b) x + y' \ln x = \ln y$$

$$(c) y \cos x + y' \tan x = 2x \quad (d) xy' = \frac{3}{x}.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

13. lipnja 2016.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale

(i)  $\int e^{-x} \sin(\pi x) dx$ , (5 bodova)

(ii)  $\int_1^e \frac{\sqrt{x+\ln x}}{x} dx$ . (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{3-x} f(x, y) dy.$$

(2 boda)

- (ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

- (iii) Zapišite taj integral u polarnim koordinatama. (3 boda)

- (iv) Bez rješavanja integrala, izračunajte taj integral za  $f(x, y) = 1$ .  
Koristite geometrijsku interpretaciju. (2 boda)

3. (i) Područje omeđeno krivuljom  $y = x^2 - 4x$  i pravcem  $y = -3$  rotira oko  $y$ -osi. Izračunajte volumen tako nastalog tijela. (6 bodova)

- (ii) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približnu vrijednost izraza

$$3.07 \cdot \sqrt{6.98 - 3.07}.$$

(4 boda)

4. Zadana je funkcija

$$2xy + x^2z + yz^3 = 4, \quad z = f(x, y).$$

- (i) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf te funkcije u točki  $(x_0, 0, 1)$ , za  $x_0 < 0$ . (5 bodova)

- (ii) Odredite  $f_{xx}(x, y)$  i  $f_{yx}(x, y)$ . (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' = 1 + x + \frac{y}{x-2}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi  $y(3) = 5$ . (3 boda)