

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

27. lipnja 2016.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Pronađite neke dvije primitivne funkcije funkcije $f(x) = \ln x$.
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite $\int x^3 \sqrt[3]{x^2 + 1} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-1}^2 ((x-1)^3 + 1) dx$.
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt[3]{2 - xy}$ oko $(x_0, y_0) = (1, -6)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.02$ i $\Delta y = 0.03$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = -\sin x$, $y = -\cos x$ te pravcima $x = -\frac{3\pi}{4}$ i $x = \frac{\pi}{4}$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) x \sin y + y' \cos x = 0 \quad (b) y' \ln x + ye^x = 2x$$

$$(c) x = 2yx^2 + y' \quad (d) 3x\sqrt{y} + y' = 2.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

27. lipnja 2016.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale

(i) $\int_{-3}^3 \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}} dx$, (5 bodova)

(ii) $\int_0^\pi (\sin^2(2x) \cos(2x) + \cos 3) dx$. (5 bodova)

2. Zadan je dvostruki integral $\int \int_S f(x, y) \, dx dy$, pri čemu je područje integracije S omeđeno parabolom $(y - 3)^2 = x + 4$ i pravcem $y = x + 1$.
- (i) Skicirajte područje integracije S . (2 boda)

(ii) Zapišite granice integracije u oba poretka. (4 boda)

(iii) Izračunajte taj integral za $f(x, y) = 1 + y$. (Koristite bilo koji poredak integracije dobiven pod (ii).) (4 boda)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \ln(x^2 - 3y).$$

(i) Skicirajte domenu funkcije f . (2 boda)

(ii) Odredite druge parcijalne derivacije f_{xx} i f_{yx} u točki $(3, 1)$.
(4 boda)

(iii) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf funkcije f u točki $(3, 1, f(3, 1))$. (4 boda)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$xy' = 4x - y.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y(\frac{1}{2}) = 4$. (3 boda)

5. (i) Skicirajte familiju integralnih krivulja $y(x) = cx^2 - 2$. (Nacrtajte barem 5 integralnih krivulja.) (3 boda)

- (ii) Odredite diferencijalnu jednađbu familije integralnih krivulja dane pod (i). (3 boda)

- (ii) Nađite opće rješenje diferencijalne jednađbe

$$y'' - 3y' + \frac{9}{2}y = 0.$$

(4 boda)