

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

11. srpnja 2016.

**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Pronađite neke dvije primitivne funkcije funkcije  $f(x) = \arcsin x$ .  
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite  $\int \frac{dx}{x \ln x}$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje  $\int_{-3}^4 (x-1)(x+2)(x-3)dx$ .  
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju  $f(x, y) = e^{4x^2 - y^2}$  oko  $(x_0, y_0) = (1, 2)$ . (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii). Posebno za  $\Delta x = 0.03$  i  $\Delta y = -0.01$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljama  $y = \ln x$ ,  $y = -\ln x$  te pravcima  $x = \frac{1}{e}$  i  $x = e$ . Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) x \arccos y + y' = 2 \quad (b) 2x^2yy' = 5$$

$$(c) 3 \ln x - 2xy' = y \tan x \quad (d) \frac{x - y'}{2y \sin x} = 4.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

11. srpnja 2016.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale

(i)  $\int \frac{\ln x + x^2 \sin x}{x} dx$ , (5 bodova)

(ii)  $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{2e^{1/x^2}}{x^3} dx$ . (5 bodova)



2. Zadan je dvostruki integral  $\int \int_S f(x, y) \, dx dy$ , pri čemu je područje integracije  $S$  omeđeno krivuljom  $y = \ln x$  te pravcima  $x = 1$  i  $y = 2$ .

(i) Skicirajte područje integracije  $S$ . (1 bod)

(ii) Zapišite granice integracije u oba poretka. (4 boda)

(iii) Izračunajte gornji integral (u bilo kojem poretku) ako je

$$f(x, y) = \frac{y^2}{x}.$$

(5 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = y^2 + 2(y + 1)\sqrt{x}.$$

(i) Odredite lokalne ekstreme funkcije  $f$ . (5 bodova)

(ii) Koristeći linearnu aproksimaciju približno izračunajte  $f(3.98, 1.1)$ .  
(5 bodova)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' = 4x - 2xy.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi  $y'(1) = -2$ . (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje homogene diferencijalne jednačbe

$$y'' - 2y' - 8y = 0.$$

(2 boda)

- (ii) Odredite opće rješenje homogene diferencijalne jednačbe

$$y'' - 2y' - 8y = 7e^{4x}.$$

(5 boda)

- (iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi  $y(0) = 2$  i  $y'(0) = \frac{1}{6}$ . (3 boda)