

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

5. rujna 2016.
1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Pronađite neke dvije primitivne funkcije funkcije $f(x) = \ln x$.
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite $\int x^3\sqrt{x^2+1}dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} \sin(2x)dx$.
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2x^2+y^2}}$ oko $(x_0, y_0) = (2, 1)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.05$ i $\Delta y = -0.02$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = \frac{1}{x}$, $y = x^2$ te pravcima $x = 2$ i $y = 0$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) \frac{y' - x}{y} = 2x^3 \quad (b) 3x \sin x + y \ln x = (xy')^2$$

$$(c) 5 \tan x + \sin y' = y \quad (d) 2xy' + 3x^2y = 0.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

5. rujna 2016.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale

(i) $\int x3^{x-1} dx$, (5 bodova)

(ii) $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{2e^{\frac{1}{x^2}}}{x^3} dx$. (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_1^2 dx \int_{\frac{1}{x}}^x f(x, y) dy.$$

(2 boda)

- (ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

- (iii) Izračunajte taj integral za

$$f(x, y) = \frac{x^2}{y^2}.$$

(5 bodova)

3. (i) Zapišite integral koji odgovara volumenu tijela omeđenog koordinatnim ravninama i ravninom $4x + y - z - 2 = 0$. (5 bodova)

- (ii) Izračunajte taj volumen. (5 bodova)

4. (i) Skicirajte domenu funkcije

$$f(x, y) = \sqrt{4 - x^2 - y^2} + \sqrt{x^2 - y} - \sqrt{y + 1}.$$

(5 bodova)

(ii) Izračunajte približnu vrijednost funkcije

$$g(x, y) = \sqrt{x^2 - y} - \sqrt{y + 1}$$

u točki (1.92, 3.12). (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' + 4y = \cos x.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y(0) = 1, y'(0) = 0$. (3 boda)