

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

6. veljače 2017.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Pronađite neke dvije primitivne funkcije funkcije $f(x) = \arctg x$.
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite $\int \frac{x^2+1}{x^3+3x} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_0^2(3^x - 2^x)dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt{y^2 - x^3}$ oko $(x_0, y_0) = (2, 3)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = -0.03$ i $\Delta y = 0.07$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = -(x - 1)(x + 8)$ i $y = -(x + 2)(x - 4)$ te x -osi. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) \frac{3}{y'} = x^2 - 2 \quad (b) 2 \sin x + 3y = \ln y'$$

$$(c) \arcsin(xy') = y^3 \quad (d) y' + 3\sqrt{x} = y \tan x.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

6. veljače 2017.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale

(i) $\int \frac{-\pi}{x^2+1} dx$, (3 boda)

(ii) $\int (\sin^2 \frac{x}{3} - 4 \operatorname{ctg}^2 \frac{x}{3}) \operatorname{tg}^2 \frac{x}{3} dx$, (3 boda)

(iii) $\int_{\frac{7}{2}}^5 \ln(x-3) dx$. (4 boda)

2. (i) Lik omeđen grafom funkcije $f(x) = 6 - |x|$ i pravcima $y = 0$, $x = 2$ i $x = -4$ rotira oko y -osi. Zapišite integral koji odgovara volumenu tako nastalog tijela. (5 bodova)

- (ii) Izračunajte volumen tijela dobivenog pod (i). (5 bodova)

3. Zadana je funkcija $f(x, y) = e^{x-y}(2x^2 - y^2) + 6$.

(i) Odredite druge parcijalne derivacije f_{xx} i f_{yy} . (4 boda)

(ii) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)

4. (i) Geometrijski interpretirajte integral

$$\int_0^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{1-y} dx.$$

(2 boda)

(ii) Promijenite poredak integracija u tom integralu. (3 boda)

(iii) Zapišite taj integral u polarnim koordinatama. (3 boda)

(iv) Izračunajte integral zadan pod (i) na bilo koji način. (Najlakše je korištenjem geometrijske interpretacije.) (2 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$(x + 1)^2 y' = (x - y + 1)y.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y(1) = \frac{1}{2}$. (3 boda)