

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

20. lipnja 2017.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = \ln\left(\frac{x^2+1}{x^2+2}\right)$ primitivna funkcija funkcije
 $f(x) = \frac{2}{(x^2+1)(x^2+2)}$? Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int x^2 \sin x dx$ i provjerite rezultat.
(4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-2}^1 ((x+1)^3 - 2) dx$.
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt[3]{x^2 - y}$ oko $(x_0, y_0) = (-3, 1)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.02$ i $\Delta y = -0.01$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljom $x = \frac{1}{2}y^2 - 3$ i pravcem $y = x - 1$. Slika!
(4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) 2xy^2 + y' \sin x = 3 \quad (b) e^{x+2} - y = y' \ln x$$

$$(c) 3x\sqrt{y} + 2 \cos x = y' \quad (d) 3\sqrt{xy} = y' x^3.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

20. lipnja 2017.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Riješite integral

$$\int_0^2 \frac{x}{(1+x^2)^2} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Dvostruki integral

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3\pi}{4}} d\phi \int_0^{\frac{3}{\sin \phi}} r^2 \cos \phi dr$$

zapišite u Kartezijevim koordinatama. (Ne trebate računati taj integral.) (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^1 dy \int_0^{4-y^2} f(x, y) dx.$$

(2 boda)

- (ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

- (iii) Izračunajte taj integral za

$$f(x, y) = \frac{y}{2\sqrt{x}}.$$

(5 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = e^y (x^2 - y^2).$$

(i) Odredite druge parcijalne derivacije f_{xx} i f_{yy} . (4 boda)

(ii) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' = e^{x^2} + 2xy.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y(2) = e^4$. (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y' + 8y = 0.$$

(2 boda)

- (ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y' + 8y = -16e^{2x}.$$

(4 boda)

- (iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = 0$ i $y'(0) = 2$. (4 boda)