

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

5. veljače 2018.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li $F(x) = \ln^2(x^3)$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \frac{6 \ln(x^3)}{x}$?
Objasnite! (4 boda)

- (iii) Odredite $\int \frac{dx}{\tan^3 x \cdot \cos^2 x}$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_1^6 (\sqrt{x+3} - 2) dx$. (4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = e^{x^2-2y}$ oko $(x_0, y_0) = (2, 2)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.05$ i $\Delta y = -0.01$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = x^3 + 1$ i $y = x^2 + x$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) x \ln y - y' = 2 \quad (b) 3x + y' \tan x = y\sqrt{x}$$

$$(c) xy - x^3 = y' \quad (d) \sin(xy) = y'.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

5. veljače 2018.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale

(i) $\int e^{-\pi x} \sin(\pi x) dx$, (5 bodova)

(ii) $\int_2^e \frac{\sqrt{x+\ln x}}{x} dx$. (5 bodova)

2. (i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{3-x} f(x, y) dy.$$

(2 boda)

- (ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

- (iii) Zapišite taj integral u polarnim koordinatama. (3 boda)

- (iv) Bez rješavanja integrala, izračunajte taj integral za $f(x, y) = 1$.
Koristite geometrijsku interpretaciju. (2 boda)

3. (i) Područje omeđeno krivuljom $y = x^2 - 4x$ i pravcem $y = -3$ rotira oko y -osi. Izračunajte volumen tako nastalog tijela. (6 bodova)

- (ii) Koristeći linearnu aproksimaciju izračunajte približnu vrijednost izraza

$$3.05 \cdot \sqrt{6.98 - 3.05}.$$

(4 boda)

4. Zadana je funkcija

$$2xy + x^2z + yz^3 = 4, \quad z = f(x, y).$$

- (i) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf te funkcije u točki $(x_0, 0, 1)$, za $x_0 < 0$. (5 bodova)

- (ii) Odredite $f_{xx}(x, y)$ i $f_{yx}(x, y)$. (5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' = x + \frac{y}{x-3}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) za koje vrijedi $y(4) = 5$. (3 boda)