

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

14. lipnja 2018.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$?
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Je li $F(x) = \ln \cos^2 x$ primitivna funkcija funkcije $f(x) = \tan x$?
Objasnite! (4 boda)

(iii) Odredite $\int \frac{\sqrt[3]{\arctan^2 x}}{1+x^2} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte značenje $\int_{-3}^5 -(x+2)(x-4)dx$.
(4 boda)

(ii) Procijenite integral iz (i) preciznim crtanjem. (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (i). (2 boda)

3. (i) Napišite formule za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(ii) Primijenite obje formule iz (i) na funkciju $f(x, y) = \sqrt[3]{y^2 + 2x^2}$ oko $(x_0, y_0) = (-1, 5)$. (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se x promijeni za Δx , a y za Δy . Primijenite te formule na (ii). Posebno za $\Delta x = 0.02$ i $\Delta y = -0.03$. (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $x = 1 - y^2$ i $y = -x - 1$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) y \tan x - 3 = y' \quad (b) \ln(xy) + y' = x^3$$

$$(c) e^x - y' = y^2 x \quad (d) 3 \sin x + y' e^x = 2y\sqrt{x}.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

14. lipnja 2018.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i) $\int_0^{\frac{\pi}{6}} \cos(3x) \sqrt{\sin(3x)} dx$, (3 boda)

(ii) $\int \frac{4 dx}{(x^2+4)\sqrt{\arctan \frac{x}{2}}}$, (3 boda)

(iii) $\int e^{3x}(x^3 + 1) dx$. (4 boda)

2. (i) Odredite lokalne ekstreme funkcije

$$f(x, y) = x^3 + 3xy^2 - 15x - 12y.$$

(5 bodova)

(ii) Funkcija je zadana implicitno izrazom

$$\ln z + 5xyz = x - y^2, \quad z = f(x, y).$$

Izračunajte drugu parcijalnu derivaciju $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x_0, 0, 1)$. (5 bodova)

3. (i) Izračunajte volumen tijela omeđenog plohom $x + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$ i koordinatnim ravninama. (5 bodova)

- (ii) Izračunajte površinu područja omeđenog parabolom $y^2 = \frac{x}{2}$ i pravcem $y = x - 3$. (5 bodova)

4. (i) Geometrijski interpretirajte integral $\int_0^5 dy \int_{-\sqrt{25-y^2}}^{5-y} dx$. (2 boda)

(ii) Integral pod (i) zapišite u polarnim koordinatama. (2 boda)

(iii) Riješite taj integral koristeći bilo koji oblik. (6 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y' + 5y = \sin x.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početne uvjete $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$. (3 boda)