

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

29. lipnja 2018.

**1. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je  $\int f(x)dx = F(x) + C$ ?  
Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

- (ii) Je li  $F(x) = \ln(1 + \cos x) - \ln(1 - \cos x)$  primitivna funkcija funkcije  $f(x) = -\frac{2}{\sin x}$ ? Obrazložite! (4 boda)

- (iii) Odredite  $\int \frac{x^3}{(x^4+2)^3} dx$  i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Crtežom predočite i zapišite značenje određenog integrala za pozitivnu funkciju, za negativnu funkciju i općenito. (3 boda)

(ii) Geometrijski interpretirajte značenje i bez računanja procijenite vrijednost sljedećeg integrala:  $\int_{-6}^4 -(x-3)(x+5)dx$  . Precizna slika! (5 bodova)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (2 boda)

3. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabli  $f$  oko  $(x_0, y_0)$ . (2 boda)

(ii) Primijenite formulu iz (i) na približno računanje  $f(2.99, 3.02)$  za funkciju  $f(x, y) = e^{3x^2 - y^3}$ . (4 boda)

(iii) Napišite formule za prirast i približni prirast funkcije dviju varijabli ako se  $x$  promijeni za  $\Delta x$ , a  $y$  za  $\Delta y$ . Primijenite te formule na (ii) ako je  $\Delta x = 0.04$  i  $\Delta y = -0.01$ . (4 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala  $\iint_D f(x, y) dx dy$  za pozitivnu funkciju  $f$  i područje ravnine  $D$ . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je  $f(x, y) = 1$  i ako je  $D$  područje omeđeno krivuljama  $x = 2y^2$  i  $x = 4 + y^2$ . Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) \ln x - y' = 3x^2y \quad (b) 2x \tan y = y' + e^x$$

$$(c) 3xyy' = 2 \quad (d) 3xy + y' = 2.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
Ispit

29. lipnja 2018.  
**2. dio**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i)  $\int x3^{x+1} dx$ , (4 boda)

(ii)  $\int (\sin^2 x - \frac{1}{2} \cos^2 x) dx$ , (3 boda)

(iii)  $\int_6^\infty \frac{dx}{(3-x)^3}$ . (3 boda)



2. (i) Skicirajte domenu funkcije

$$f(x, y) = \sqrt{(4 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 4x)} + \ln(3 - x).$$

(5 bodova)

(ii) Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na graf funkcije

$$f(x, y) = (4 - x^2 - y^2)(x^2 + y^2 - 4x)$$

u točki  $(1, 1, f(1, 1))$ . Jednadžbu ravnine zapišite u općem obliku.  
(5 bodova)

3. Zadan je dvostruki integral  $\int \int_S f(x, y) dx dy$  pri čemu je  $S$  područje omeđeno grafovima funkcija  $y = e^x$ ,  $y = e^3$  i  $x = 1$ .

(i) Skicirajte područje integracije. (1 bod)

(ii) Zapišite granice integracije u oba poretka. (4 boda)

(iii) Riješite taj integral za  $f(x, y) = \frac{x}{y}$ . (5 bodova)

4. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' + y \sin x = 2e^{\cos x}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) uz početni uvjet  $y(0) = e$ . (3 boda)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 3y' + 2y = 3x.$$

(5 bodova)

- (ii) Izračunajte volumen tijela koje se nalazi u prvom oktantu i omeđeno je plohom

$$x + y + z = 10.$$

(5 bodova)