

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

28. kolovoza 2018.

1. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Što znači da je $\int f(x)dx = F(x) + C$? Objasnite riječima i formulom. (2 boda)

(ii) Odredite funkciju f kojoj je funkcija $F(x) = \ln^2 \sqrt{x}$ primitivna funkcija. (2 boda)

(iii) Izračunajte integral $\int x \cdot e^{2x} dx$. (2 boda)

(iv) Odredite $\int \frac{\tan^2 x}{\cos^2 x} dx$ i provjerite rezultat. (4 boda)

2. (i) Crtežom predočite i zapišite značenje određenog integrala za pozitivnu funkciju, za negativnu funkciju i općenito. (3 boda)

(ii) Geometrijski interpretirajte značenje i bez računanja procijenite vrijednost sljedećeg integrala: $\int_{-2}^5 (x+1)(x-3)dx$. Precizna slika! (5 bodova)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (2 boda)

3. (i) Što su to kritične (stacionarne) točke funkcije f dviju varijabla?
(2 boda)

(ii) Odredite kritične točke funkcije $f(x, y) = e^{2x+y+xy}$. (3 boda)

(iii) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabla f oko (x_0, y_0) . (2 boda)

(iv) Primijenite formulu iz (iii) na približno računanje $f(1.01, -1.01)$ za funkciju f iz (ii). (3 boda)

4. (i) Predočite crtežom i opišite geometrijsko značenje integrala $\iint_D f(x, y) dx dy$ za pozitivnu funkciju f i područje ravnine D . (2 boda)

(ii) Problem iz (i) opišite ako je $f(x, y) = 1$ i ako je D područje omeđeno krivuljama $y = -\sqrt{x+2}$, $y = x+2$ i $y = -2x+2$. Slika! (4 boda)

(iii) Izračunajte integral iz (ii). (4 boda)

5. (i) Zapišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda i objasnite kako se rješava. (3 boda)

- (ii) Objasnite koje od sljedećih diferencijalnih jednadžbi jesu linearne prvog reda, a koje nisu:

$$(a) x + y^2 = y' \quad (b) 2x^2 - \sin y' = y$$

$$(c) y \ln x - y' \sin x = \sqrt{x} \quad (d) \frac{1}{x} y' = yx.$$

Za linearne objasnite jesu li homogene ili nehomogene. (3 boda)

- (iii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyev problem titranja po pravcu. Predočite geometrijski! (4 boda)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije
Zavod za matematiku

MATEMATIKA 2
Ispit

28. kolovoza 2018.
2. dio

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

Napomena:

Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. Riješite integrale:

(i) $\int_0^1 \frac{4x \, dx}{\sqrt{1-x^2}}$, (3 boda)

(ii) $\int_0^3 x3^{1-x} \, dx$, (3 boda)

(iii) $\int 3 \arctan \frac{1}{x} \, dx$. (4 boda)

2. (i) Geometrijski interpretirajte integral

$$\int_{-2}^2 |x^2 - x - 2| dx.$$

(4 boda)

(ii) Riješite integral zadan pod (i). (6 bodova)

3. Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \sqrt{2 - x^2 - y^2} + \sqrt{2x^2 + 2y^2 - 1} + \arccos x.$$

(i) Skicirajte domenu funkcije f . (5 bodova)

(ii) Izračunajte $f_{xx}(0.9, 0)$ i $f_{yy}(0.9, 0)$. (5 bodova)

4. (i) Promijenite poredak integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^3 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{3-x} f(x, y) dy.$$

(5 bodova)

- (ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$x \frac{dy}{dx} = -x^2 - y.$$

(5 bodova)

5. (i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' + 2y' + 5y = e^{-x}.$$

(7 bodova)

- (ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) koje zadovoljava početne uvjete $y(0) = 0$, $y'(0) = 1$. (3 boda)