

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

- (i) Objasnite slikom i riječima značenje određenog integrala $\int_a^b f(x)dx$ za općenitu funkciju f .
(4 boda)

- (ii) Geometrijski interpretirajte određene integrale

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \sin(3x)dx \quad \text{i} \quad \int_{-1}^1 -e^x dx.$$

(4 boda)

- (iii) Napišite i objasnite Newton-Leibnizovu formulu za računanje određenog integrala. (2 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.****2. zadatak**

(i) Definirajte primitivnu funkciju funkcije f . Odgovor zapišite pomoću derivacije i pomoću integrala. (2 boda)

(ii) Odredite tri primitivne funkcije funkcije $f(x) = 4x(3 - x^2)^6$. (4 boda)

(iii) Koristeći derivacije objasnite zašto vrijedi $\int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + c$, za $x \neq 0$. (4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.****3. zadatak**

- (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije $f(x, y)$ u točki (x_0, y_0) i objasnite njeno geometrijsko značenje. (2 boda)
- (ii) Napišite formule za jednadžbu tangencijalne ravnine u slučaju eksplicitno i implicitno zadane funkcije. Objasnite vezu između tih formula. (4 boda)
- (iii) Napišite nužne uvjete za postojanje lokalnog ekstrema funkcije $f(x, y)$ u točki (x_0, y_0) i objasnite odakle slijede ti uvjeti. (4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.****4. zadatak**

(i) Objasnite razliku između općeg i partikularnog rješenja diferencijalne jednačbe, općenito i u slučaju obične diferencijalne jednačbe drugog reda. (4 boda)

(ii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyjev problem titranja opruge. (6 bodova)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.****5. zadatak**

(i) Napišite i izvedite formulu u pravokutnim koordinatama za volumen tijela omeđenog područjem D u xy -ravnini i grafom pozitivne funkcije $f(x, y)$. (4 boda)

(ii) Napišite formule za masu i težište nehomogene ploče D čija je funkcije gustoće mase $f(x, y)$. (3 boda)

(ii) Izračunajte masu pravokutnika s vrhovima $(0, 2)$, $(4, 2)$, $(4, 4)$ i $(0, 4)$ ako mu je funkcija gustoće mase $f(x, y) = 4x$. (3 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Riješite integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{12}} \frac{\sin(3x)}{\cos^3(3x)} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Prijelazom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral

$$\iint_S \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dx dy$$

ako je S područje omeđeno kružnicom $x^2 + y^2 = 4x$. (5 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.****2. zadatak**

(i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_1^3 dx \int_{\frac{1}{x}}^x f(x, y) dy.$$

(2 boda)

(ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

(iii) Izračunajte taj integral za

$$f(x, y) = \frac{x^2}{y^2}.$$

(5 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.****3. zadatak** Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \left(\frac{x^2}{2} - y \right) e^{-y}.$$

(i) Odredite druge parcijalne derivacije f_{xx} i f_{yy} . (4 boda)(ii) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (6 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.****4. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y' + y \sin x = 2e^{\cos x}.$$

(7 bodova)

(ii) Odredite partikularno rješenje jednadžbe iz (i) za koje vrijedi $y(0) = -e$. (3 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. lipnja 2019.****5. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y'' - 4y' + 8y = 0.$$

(2 boda)

(ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y'' - 4y' + 8y = -16e^{2x}.$$

(4 boda)

(iii) Odredite partikularno rješenje jednadžbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = 0$ i $y'(0) = 2$. (4 boda)