

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Definirajte primitivnu funkciju funkcije f . Odgovor zapišite pomoću derivacije i pomoću integrala. (2 boda)

(ii) Objasnite kako se koristi supstitucija u integralu oblika $\int \frac{f'(x) dx}{f(x)}$. (4 boda)

(iii) Odredite tri primitivne funkcije funkcije $f(x) = \frac{6x dx}{3x^2-4}$. (4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.****2. zadatak**

- (i) Napišite formulu parcijalne integracije u slučaju neodređenog i određenog integrala. (2 boda)
- (ii) Koristeći parcijalnu integraciju riješite integral $\int_0^{\frac{3\pi}{2}} (x + 4) \sin x \, dx$. (4 boda)
- (iii) Navedite primjer nepravog integrala s beskonačnim područjem integracije i grafički predočite integral koji ste uzeli za primjer. (2 boda)
- (iv) Navedite primjer nepravog integrala s beskonačnom podintegralnom funkcijom (npr. funkcija integracije ima prekid unutar intervala integracije) i grafički predočite integral koji ste uzeli za primjer. (2 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.****3. zadatak**

(i) Definirajte parcijalnu derivaciju po x funkcije $f(x, y)$ i objasnite njeno fizikalno značenje. (2 boda)

(ii) Odredite $\frac{\partial f}{\partial x}$ i $\frac{\partial f}{\partial y}$ ako je $f(x, y) = 2 \arcsin \frac{x}{y}$. (4 boda)

(iii) Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x, y) = e^{x-y}(x^2 - 2y)$. (4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.****4. zadatak**

(i) Objasnite razliku između općeg i partikularnog rješenja diferencijalne jednačbe, općenito i u slučaju obične diferencijalne jednačbe drugog reda. (4 boda)

(ii) Zapišite, objasnite i riješite Cauchyjev problem titranja opruge. (6 bodova)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.****5. zadatak**

(i) Zapišite i geometrijski predočite vezu polarnih i pravokutnih koordinata. (2 boda)

(ii) Predočite u ravnini područje D omeđeno sa $\frac{3\pi}{2} \leq \phi \leq 2\pi$, $0 \leq r \leq \frac{1}{\cos \phi - \sin \phi}$. (2 boda)

(iii) Napišite formulu u polarnim koordinatama za volumen tijela omeđenog područjem D u xy -ravnini i grafom pozitivne funkcije $f(x, y)$. (2 boda)

(iv) Zapišite (ne trebate računati) dvostruki integral koji predstavlja volumen tijela omeđenog plohami $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$ i $z = x^2$. (4 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Riješite integral:

$$\int_{\frac{1}{3}}^2 \frac{18x + 6}{\sqrt[4]{3x^2 + 2x}} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Dvostruki integral

$$\int_{-3}^0 dy \int_{-\sqrt{9-(y+3)^2}}^y xy \, dx$$

zapišite u polarnim koordinatama (integral ne trebate računati). (5 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.**

2. zadatak Zadan je dvostruki integral $\iint_S f(x, y) \, dx dy$ pri čemu je S područje omeđeno pravcem $x - 2y - 4 = 0$ i krivuljom $y^2 - 4 - x = 0$ te se nalazi ispod osi x .

(i) Skicirajte područje S te interpretirajte integral za $f(x, y) = 1$. (3 boda)

(ii) Zapišite granice integracije u oba poretka. (5 bodova)

(iii) Izračunajte integral za $f(x, y) = \frac{1}{(1-y)^2}$ (u bilo kojem poretku). (2 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.****3. zadatak** Zadana je funkcija

$$f(x, y) = \ln(4x - 2y + 6) - 2 \ln(10xy).$$

(i) Skicirajte domenu funkcije. (3 boda)

(ii) Odredite lokalne ekstreme funkcije. (7 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.****4. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$2y'' - 3y' = -9x^2 - 1.$$

(6 bodova)

(ii) Funkcija je zadana implicitno sa

$$6x^2 - 2y^3 - 1 = \ln z, \quad z = f(x, y).$$

Izračunajte $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(1, 1)$. (4 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 28. lipnja 2019.****5. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$-y' + y \tan x = 2x + \frac{1}{4}.$$

(7 bodova)

(ii) Odredite partikularno rješenje jednadžbe iz (i) uz početni uvjet $y(5\pi) = -1$. (3 boda)