

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 11. rujna 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Objasnite slikom i riječima značenje određenog integrala $\int_a^b f(x)dx$ za općenitu funkciju f .
(4 boda)

(ii) Napišite i objasnite Newton-Leibnizovu formulu za računanje određenog integrala. (2 boda)

(iii) Riješite i geometrijski interpretirajte integral

$$\int_{-1}^2 ((x-1)^3 + 2)dx.$$

(4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 11. rujna 2019.****2. zadatak**

(i) Definirajte parcijalnu derivaciju po y funkcije $f(x, y)$ i objasnite njeno fizikalno značenje. (2 boda)

(ii) Odredite $\frac{\partial f}{\partial x}$ i $\frac{\partial f}{\partial y}$ ako je $f(x, y) = \tan(x^2 + y^3)$. (4 boda)

(iii) Odredite stacionarne točke funkcije $f(x, y) = xe^{-x^2-y^2}$. (4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 11. rujna 2019.****3. zadatak**

- (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije $f(x, y)$ u točki (x_0, y_0) i objasnite njeno geometrijsko značenje. (2 boda)
- (ii) Napišite formule za jednadžbu tangencijalne ravnine u slučaju eksplicitno i implicitno zadane funkcije. Objasnite vezu između tih formula. (4 boda)
- (iii) Napišite nužne uvjete za postojanje lokalnog ekstrema funkcije $f(x, y)$ u točki (x_0, y_0) i objasnite odakle slijede ti uvjeti. (4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 11. rujna 2019.****4. zadatak**

(i) Napišite i izvedite formulu u pravokutnim koordinatama za volumen tijela omeđenog područjem D u xy -ravnini i grafom pozitivne funkcije $f(x, y)$. (4 boda)

(ii) Napišite formule za masu i težište nehomogene ploče D čija je funkcije gustoće mase $f(x, y)$. (3 boda)

(ii) Izračunajte masu trokuta s vrhovima $(0, 0)$, $(4, 0)$ i $(2, 2)$ ako mu je funkcija gustoće mase $f(x, y) = xy$. (3 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 11. rujna 2019.****5. zadatak**

- (i) Definirajte linearnu običnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (2 boda)

- (ii) Je li jednadžba

$$y = xy' + x^2 \sin x$$

linearna obična diferencijalna jednadžba prvog reda? Ako da, je li homogena? Riješite tu jednadžbu. (6 bodova)

- (iii) Definirajte Cauchyjev problem prvog reda. (2 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 11. rujna 2019.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Riješite integral

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\cos(2x)}{1 + 2\sin(2x)} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Prijelazom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral

$$\iint_S (x + y) dx dy,$$

gdje je S područje u prvom kvadrantu omeđeno kružnicom $x^2 + y^2 = 4$. (5 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 11. rujna 2019.****2. zadatak**

(i) Skicirajte područje integracije u dvostrukom integralu

$$\int_0^1 dx \int_{\frac{x^2}{4}}^{\sqrt{x}} f(x, y) dy.$$

(2 boda)

(ii) Promijenite poredak integracije u tom integralu. (3 boda)

(iii) Izračunajte zadani integral za

$$f(x, y) = x + 2y.$$

(5 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 11. rujna 2019.****3. zadatak** Zadana je funkcija

$$f(x, y) = 2 - e^{5 - \frac{3}{4}x^2 - 2y^2}.$$

(i) Ispitajte lokalne ekstreme funkcije f . (7 bodova)(ii) Koristeći linearnu aproksimaciju približno izračunajte $f(1.98, 1.09)$. (3 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 11. rujna 2019.****4. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y' = e^{x^2} + 2xy.$$

(7 bodova)

(ii) Odredite partikularno rješenje jednadžbe iz (i) za koje vrijedi $y'(2) = e^4$. (3 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 11. rujna 2019.****5. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y' + 13y = 0.$$

(2 boda)

(ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y'' - 4y' + 13y = 9e^{-x}.$$

(4 boda)

(iii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = \frac{1}{2}$ i $y'(0) = \frac{5}{2}$. (4 boda)