

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. veljače 2020.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

- (i) Objasnite slikom i riječima značenje određenog integrala $\int_a^b f(x)dx$ za općenitu funkciju f . (4 boda)

- (ii) Geometrijski interpretirajte određene integrale

$$\int_{-2}^1 (x^3 + 1)dx \quad \text{i} \quad \int_2^6 \sqrt{x-2}dx.$$

(4 boda)

- (iii) Napišite i objasnite Newton-Leibnizovu formulu za računanje određenog integrala. (2 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. veljače 2020.****2. zadatak**

(i) Napišite i izvedite formulu za parcijalnu integraciju u neodređenom integralu. (4 boda)

(ii) Zapišite, objasnite i riješite diferencijalnu jednadžbu radioaktivnog raspada. Posebno, zapišite i skicirajte rješenje ako je količina radioaktivne materije u početnom trenutku jednaka y_0 . (6 bodova)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. veljače 2020.****3. zadatak**

(i) Definirajte parcijalnu derivaciju po x funkcije $f(x, y)$ i objasnite njeno fizikalno značenje. (2 boda)

(ii) Odredite $\frac{\partial f}{\partial x}$ i $\frac{\partial f}{\partial y}$ ako je $f(x, y) = \ln(x^2 - y^3)$. (4 boda)

(iii) Odredite stacionarne točke funkcije $f(x, y) = x \cdot e^{-x^2 - y^2}$. (4 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. veljače 2020.****4. zadatak**

(i) Napišite i izvedite formulu u pravokutnim koordinatama za volumen tijela omeđenog područjem D u xy -ravnini i grafom pozitivne funkcije $f(x, y)$. (4 boda)

(ii) Napišite formule za masu i težište nehomogene ploče D čija je funkcije gustoće mase $f(x, y)$. (3 boda)

(ii) Izračunajte masu pravokutnika s vrhovima $(0, 0)$, $(4, 0)$, $(0, 2)$ i $(4, 2)$ ako mu je funkcija gustoće mase $f(x, y) = xy$. (3 boda)

MATEMATIKA 2**1. dio****Ispit – 13. veljače 2020.****5. zadatak**

- (i) Definirajte linearnu običnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (2 boda)

- (ii) Je li jednadžba

$$y' - 2y = x$$

linearna obična diferencijalna jednadžba prvog reda? Ako da, je li homogena? Riješite tu jednadžbu. (6 bodova)

- (iii) Definirajte Cauchyjev problem prvog reda. (2 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. veljače 2020.**

- Ispit se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta.
- Od pomagala su dopušteni ravnala, trokuti, kutomjer i šestar.
- Svaki zadatak se mora pisati na svom papiru.

1. zadatak

(i) Riješite integral:

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x}{2 - \cos 2x} dx.$$

(5 bodova)

(ii) Prijelazom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral

$$\iint_S \sqrt{2x^2 + 2y^2 + 1} dx dy$$

gdje je S područje u drugom kvadrantu omeđeno kružnicom $x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$. (5 bodova)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. veljače 2020.**

2. zadatak Zadan je dvostruki integral $\iint_S f(x, y) \, dx dy$ pri čemu je S područje omeđeno krivuljom $y - x^2 + 4x - 4 = 0$ te pravcima $4x + 3y - 28 = 0$ i $y = 0$.

(i) Skicirajte područje S te interpretirajte integral za $f(x, y) = 1$. (3 boda)

(ii) Zapišite granice integracije u oba poretka. (5 bodova)

(iii) Izračunajte integral za $f(x, y) = 2y$ (u bilo kojem poretku). (2 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. veljače 2020.****3. zadatak** Zadana je funkcija

$$f(x, y) = 2 - e^{2 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{3}(-y+1)^2}.$$

(i) Odredite lokalne ekstreme funkcije f . (7 bodova)(ii) Koristeći linearnu aproksimaciju, približno izračunajte $f(-4.01, -2.03)$. (3 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. veljače 2020.****4. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednačbe

$$y' = 4x - 2xy.$$

(7 bodova)

(ii) Odredite partikularno rješenje jednačbe iz (i) uz početni uvjet $y'(1) = -2$. (3 boda)

MATEMATIKA 2**2. dio****Ispit – 13. veljače 2020.****5. zadatak**

(i) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y'' - 2y' - 8y = 0.$$

(2 boda)

(ii) Odredite opće rješenje diferencijalne jednadžbe

$$y'' - 2y' - 8y = 2e^{4x}.$$

(4 boda)

(iii) Odredite partikularno rješenje jednadžbe iz (ii) za koje vrijedi $y(0) = 0$ i $y'(0) = 2$. (4 boda)