

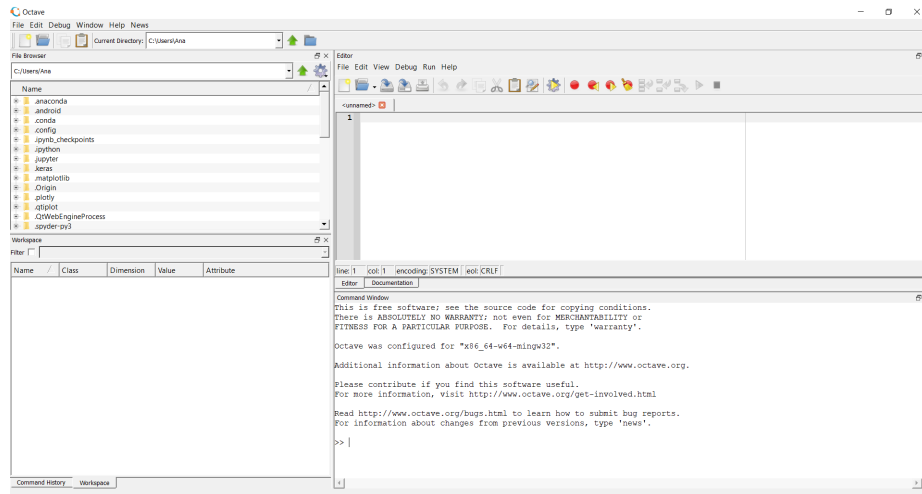
Računalni seminar - Matematika 2

Ana Bokšić

1 Octave i paket 'symbolic'

GNU Octave je besplatni programski jezik koji se primarno koristi za numeričko računanje. Vrlo je sličan Matlab-u, ima matematički orijentiranu sintaksu i vizualizacijske alate. Octave je dostupan za Linux, Windows, BSD i macOS sustave, a preuzeti ga možete na <https://www.gnu.org/software/octave/download>.

Nakon instalacije, klikom na Octave (GUI) otvara se prozor kao na Slici 1. U komandnom prozoru (dolje desno) unose se komandne linije. Preporuka: u Editoru (gore desno) pišemo kod, koji onda pokrećemo klikom na Save file and Run (ili označavanjem koda i pritiskom na tipku F9). To radimo kako ne bismo svaki put iznova pisali u komandnom prozoru ako želimo više puta pokrenuti isti kod. Sve učitane ili unesene varijable se nalaze u radnoj memoriji (Workspace, dolje lijevo). Sami možemo promijeniti raspored prozora, dodati neke druge i/ili izbaciti postojeće. Alternativno, Octave možete koristiti i u online verziji na <https://octave-online.net/>.



Slika 1: Octave(GUI)

Za ono što ćemo raditi u ovom dijelu računalnog seminara trebat će nam neke funkcije i naredbe koje nisu izvorno ugrađene u Octave. Zato prvo

trebamo instalirati paket koji ih sadrži, a zove se *symbolic*. Pomoću njega ćemo moći **simbolički** definirati funkcije i manipulirati s njima – zbrajati ih i množiti, derivirati, evaluirati u zadanim točkama, crtati grafove,... Što znači simbolički? Primjerice, rješenje jednadžbe $x^2 = 3$ neće prikazati u zaokruženom decimalnom obliku (brojčano), već će se pomoću brojeva i ostalih znakova ispisati $\sqrt{3}$ i $-\sqrt{3}$.

Za instalirati paket, u komandnu liniju treba unijeti iduću liniju:

```
pkg install -forge symbolic
```

To treba učiniti **samo jednom** i paket će ostati instaliran dok god ga ne izbrisemo.

Svaki put kad želimo raditi s tim paketom moramo ga učitati linijom:

```
pkg load symbolic
```

1.1 Octave Online

Za one kojima instalacija paketa nije uspjela, mogu koristiti i Octave Online. Tamo instalacija niti učitavanje paketa nije potrebno, već se paket sam učitava nakon što definiramo simbole naredbom *syms*.

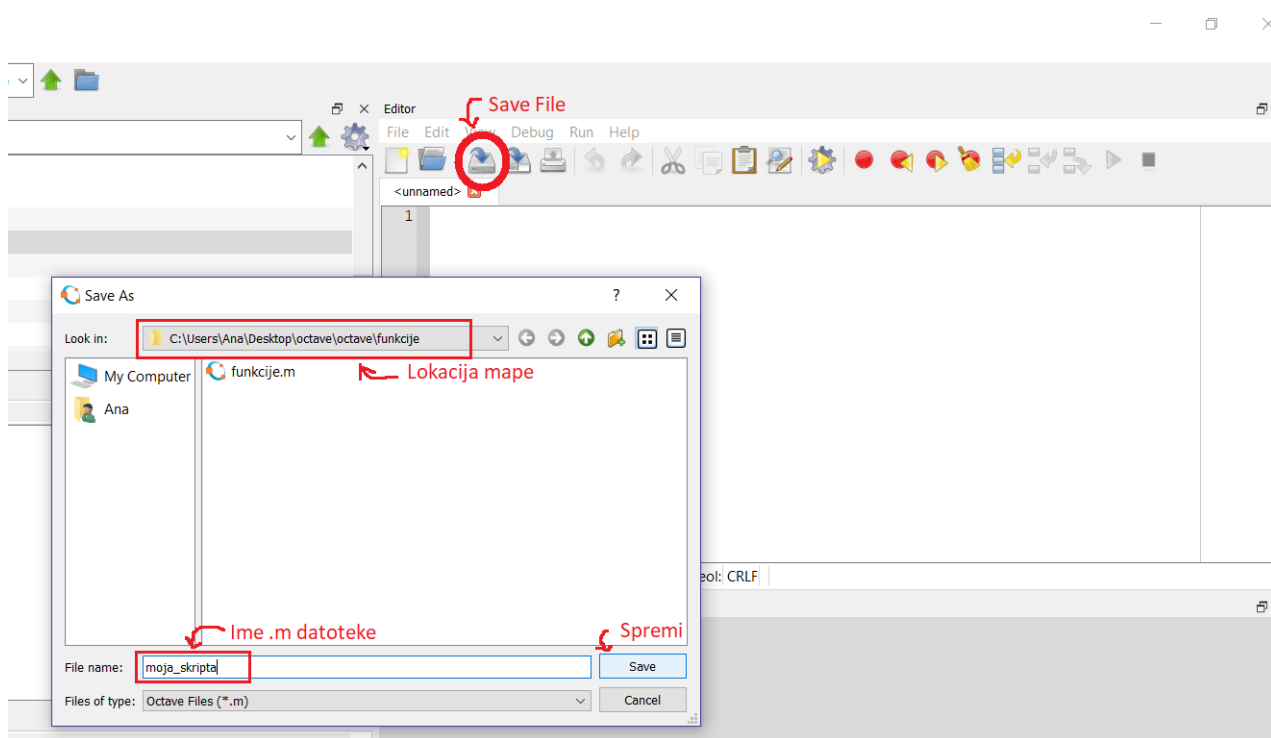
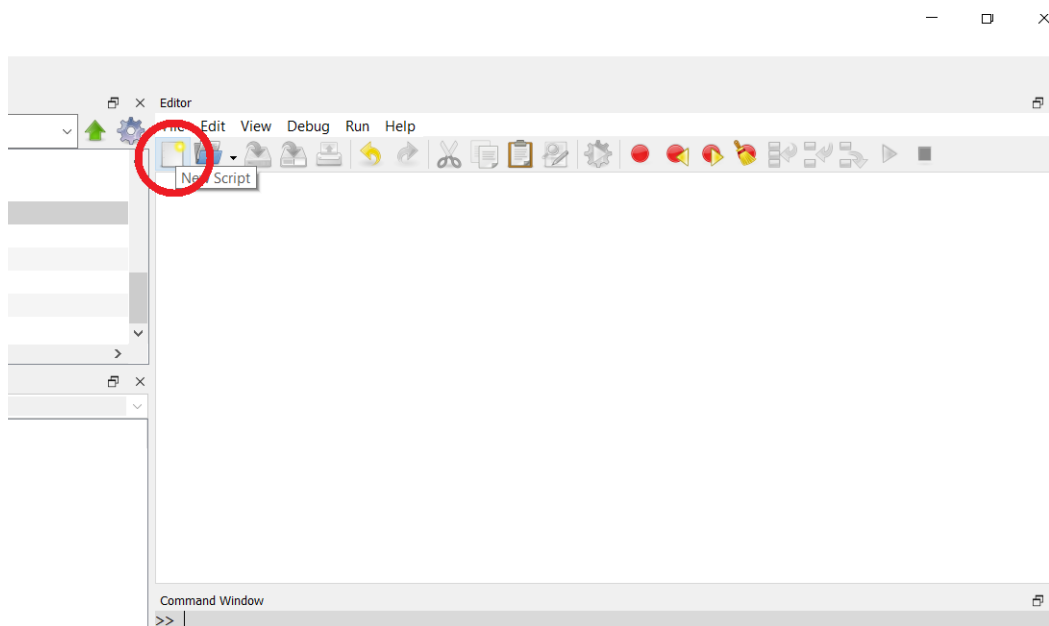
```
syms x
```

2 Kreiranje i spremanje .m datoteke

Ponovit ćemo dio bitan za test iz računalnog seminara.

Svoj kôd pišete u prozoru Editor tako da prvo stvorite novu skriptu, klikom na ikonu *New Script*.

Odmah nakon toga morate spremiti skriptu (.m datoteku) klikom na ikonu *Save File*. Datoteku spremate u željenu mapu, pod nekim imenom.



Kad završite pisanje kôda, ne zaboravite ponovno spremiti skriptu prije nego što je pošaljete na Merlin!

Iduća poglavlja prate skriptu *RS_Mat2_1.m* u kojoj se nalaze primjeri s pripadnim kôdom u Octave-u.

3 Jednostruki integrali

U ovom poglavlju bavimo se integralima funkcija jedne varijable. Prisjetimo se, funkciju zadajemo simbolički na sljedeći način:

```
f(x)=sin(x)-x^2
```

Prije toga ne smijemo zaboraviti definirati simbol x naredbom *syms*. Za računanje određenih (pravih i nepravih) i neodređenih integrala koristimo funkciju *int()* koja se nalazi u paketu *symbolic*.

3.1 Neodređeni integral

Neka je f funkcija koju želimo integrirati. Funkciji *int()* kao argument pošaljemo ime funkcije f i po kojoj varijabli integriramo. Ovo drugo je posebno bitno kod funkcija dvije varijable.

```
int(f, x)
```

Octave ispisuje rezultat integriranja, ali bez dodane konstante C .

3.2 Određeni integral

Za određeni integral trebamo funkciji *int()* poslati i granice integrala. Tako bismo integral $\int_a^b f(x) dx$ izračunali naredbom

```
int(f, x, a, b)
```

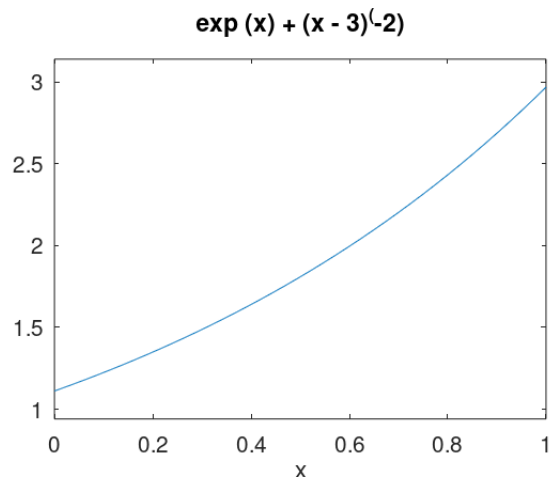
Granice upisujemo kako je gore navedeno i kad se radi o nepravom integralu. Simbol za beskonačnost je **Inf** odnosno **-Inf**. U slučaju da nepravi integral divergira, Octave će kao rezultat ispisati **oo** (∞) odnosno **-oo** ($-\infty$).

```
f(x)=exp(x)
int(f, x, -Inf, 0)
```

3.3 Grafičko predočavanje integrala

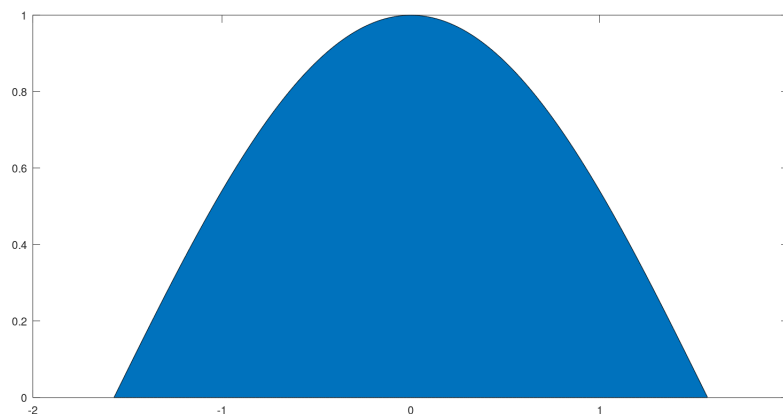
Određeni integral geometrijski interpretiramo kao površinu između između grafa funkcije, osi x te pravaca $x = a$ i $x = b$. Da bismo si to predočili, potrebno je nacrtati dane krivulje. Koristimo poznatu naredbu *ezplot()* koja će nacrtati graf funkcije f na intervalu $[a, b]$.

U Octave-u možemo nacrtati lik između dvaju krivulja čiju površinu želimo izračunati. Za to koristimo naredbe *area()* ili *fill()*. Obje naredbe crtaju trapeze koje zadajemo točkama.



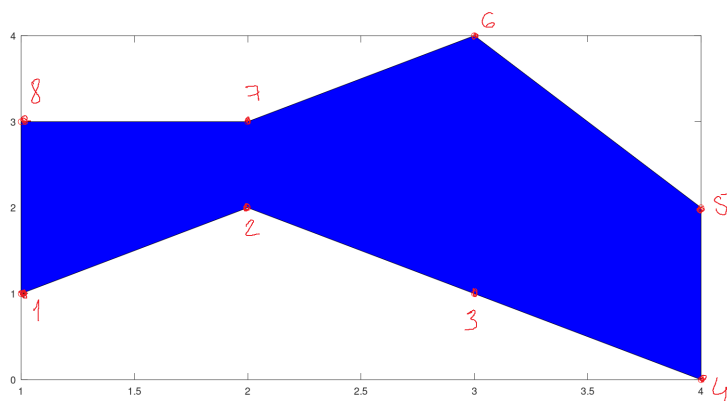
U vektore X i Y spremamo x odnosno y koordinate točaka koje određuju lik koji želimo nacrtati, a funkciju pozivamo s `area(X,Y)`. Npr. crtamo područje ispod grafa funkcije $f(x) = \cos(x)$ na intervalu $[-\pi/2, \pi/2]$. Vektor Y sadržava funkcijske vrijednosti točaka na traženom intervalu. Što više točaka ima, to je slika preciznija.

- `X=-pi/2 : 0.1 : pi/2` — u X sprema vektor vrijednosti od $-\pi/2$ do $\pi/2$ s razmakom od 0.1.
- `Y=double(f(X))` — u Y sprema numeričke vrijednosti funkcije f u točkama iz X . Funkcija `double()` pretvara simboličke vrijednosti u numeričke (brojeve).
- `area(X,Y)` — crta traženi lik



Ako želimo nacrtati područje između dvije funkcije to radimo naredbom `fill()`. Njoj također šaljemo x i y koordinate, ali sada imamo duplo

više točaka jer imamo dvije funkcije, f_1 i f_2 . Točke ćemo poredati tako da prvo idu s lijeva na desno točke funkcije f_1 , a onda s desna na lijevo točke s funkcije f_2 . Primjerice, ako želimo nacrtati lik omeđen točkama $(1, 1)$, $(2, 2)$, $(3, 1)$, $(4, 0)$ s donje i $(1, 3)$, $(2, 3)$, $(3, 4)$, $(4, 2)$ s gornje strane, moramo obrnuti poredak zadnje 4 točke.



Stavimo

```
X=[1 2 3 4 4 3 2 1]
Y=[1 2 1 0 2 4 3 3]
fill(X,Y,'b')
```

gdje 'b' u funkciji *fill()* označava boju koju želimo (blue). Još primjera pogledajte u skripti s kodom.

3.4 Volumen rotacijskog tijela

Rotacija oko osi x :

$$V_x = \pi \int_a^b f(x)^2 dx \quad \text{ili} \quad V_x = 2\pi \int_c^d y \cdot g(y) dy,$$

rotacija oko osi y :

$$V_y = 2\pi \int_a^b x \cdot f(x) dx \quad \text{ili} \quad V_y = \pi \int_c^d g(y)^2 dy,$$

Volumene izračunavamo pomoću gornjih formula i funkcije *int()*.

4 Funkcije dvije varijable

Sada prelazimo na funkcije dvije varijable, a analogno se može raditi i sa funkcijama više varijabli.

4.1 Zadavanje funkcija

Funkcije ćemo opet zadati simbolički. To znači da ćemo ih zapisati kao što bi ih zapisali na papir, simbolima, npr. $f(x, y) = x^2 + e^y$. Octave treba shvatiti da su x i y ovdje simboli za varijable, a ne nazivi nekih varijabli kojima pridružujemo konkretne brojeve. To radimo naredbom *syms*:

```
syms x y
```

Funkciju $f(x, y) = \sin(x) + y$ unosimo na sljedeći način.

```
f(x,y)=sin(x)+y
```

4.2 Evaluacija funkcije u zadanoj točki

Vrijednost funkcije f u zadanoj točki (x_0, y_0) dobivamo očekivano, pišući

```
f(x0,y0)
```

Ako želimo izračunati vrijednost gore zadane funkcije f u točki $(x_0, y_0) = (\pi, 2)$, pišemo `f(pi,2)`. Dobivena vrijednost je **simbolička**. Ako nam treba **numerički** oblik (broj), onda koristimo funkciju *double()*.

```
double(f(pi,2))
```

4.3 Crtanje grafa funkcije

U Octave-u postoji više funkcija za crtanje grafova, jedna od njih koja crta simboličke funkcije dvije varijable je *ezsurf()*.

```
ezsurf(f, [ax bx ay by], n)
```

Ulazni argumenti su

- f – funkcija čiji graf (plohu) crtamo,
- $[ax \ bx \ ay \ by]$ – vektor početnih i krajnjih točaka intervala $[ax, bx] \times [ay, by]$ na kojem crtamo funkciju (ako izostavimo, crta se na intervalu $[-2\pi, 2\pi]^2$ po defaultu).
- n – broj točaka koja određuje u koliko će Octave točaka po svakoj varijabli izračunati vrijednost funkcije. Što veći broj, ploha je detaljnija.

