

Poglavlje 3

Testovi hipoteza

Primjeri u Excelu vezani za ovu cjelinu nalaze se u dokumentu *Testovihipoteza.xlsx*.

3.1 Interval pouzdanosti za očekivanje

Očekivanje neke slučajne varijable procjenjujemo aritmetičkom sredinom dobivenih podataka x_1, x_2, \dots, x_n . Tražimo interval oko aritmetičke sredine \bar{x} unutar kojeg se, uz određenu vjerojatnost, nalazi očekivanje μ . Takav interval nazivamo **interval pouzdanosti** za očekivanje slučajne varijable.

Da bismo iz poznatih vrijednosti x_1, x_2, \dots, x_n normalno distribuirane slučajne varijable odredili njen interval pouzdanosti uz pouzdanost $1 - 2p$ potrebno je znati broj podataka n , njihovu aritmetičku sredinu \bar{x} te korigiranu standardnu devijaciju s . Tada interval pouzdanosti zapisujemo kao

$$\langle a, b \rangle = \left\langle \bar{x} - t_p(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_p(n-1) \frac{s}{\sqrt{n}} \right\rangle,$$

pri čemu je broj $t_p(n-1)$ vrijednost **t-raziobe** s $n-1$ stupnjeva slobode. U Excelu $t_p(n-1)$ računamo na sljedeći način

$$=TINV(1-p; n-1).$$

Što je veća pouzdanost koju zahtijevamo, širi je interval pouzdanosti.

3.2 Testovi hipoteza

Kod statističkih testova razlikujemo dva slučaja. Prva mogućnost je da testiramo rezultate dobivene mjerenjem u odnosu na neki kontrolni uzorak. Tada

testiramo hipotezu o jednakosti varijance i jednakosti očekivanja

$$\mathbf{H}_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2, \quad \mu = \mu_0, \quad (3.1)$$

gdje su σ_0 i μ_0 poznate (deklarirane) vrijednosti vezane uz kontrolni uzorak, a σ i μ su nepoznate vrijednosti. Druga mogućnost je testiranje rezultata dobivenih u dva odvojena skupa mjerenja. Tu testiramo hipotezu o jednakosti varijance i očekivanja dobivenih u ta dva skupa mjerenja,

$$\mathbf{H}_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \quad \mu_1 = \mu_2. \quad (3.2)$$

Statistička testiranja ne daju 100% sigurnost u dobiveni rezultat. Prilikom testiranja unaprijed zadajemo dozvoljenu pogrešku, tzv. **nivo signifikantnosti**. Uobičajeno se uzima signifikantnost $\alpha = 0.05$, što znači da je vjerojatnost odbacivanja istinite hipoteze 5%. Naravno, može se uzeti i neki drugi nivo signifikantnosti.

- (a) Neka je dan kontrolni uzorak s očekivanjem μ i standardnom devijacijom σ , te neka je u n mjerenja dobiven prosječni rezultat \bar{x} uz korigiranu standardnu devijaciju s .

- (i) Testiramo hipotezu

$$\mathbf{H}_0 : \sigma^2 = \sigma_0^2,$$

uz alternativnu hipotezu

$$\mathbf{H}_a : \sigma^2 > \sigma_0^2.$$

Za testiranje ove hipoteze koristimo **hi-kvadrat test** s $n - 1$ stupnjeva slobode, $\chi^2(n - 1)$. Test se zasniva na činjenici iz teorije vjerojatnosti da je

$$(n - 1) \frac{s^2}{\sigma_0^2} \sim \chi^2(n - 1).$$

Računamo $\chi^2(n - 1)$, u Excelu za to koristimo naredbu

$$=CHIINV(\text{signifikantnost}; n - 1),$$

i veličinu

$$\chi_{\text{exp}}^2 = (n - 1) \frac{s^2}{\sigma_0^2}.$$

Hipotezu \mathbf{H}_0 prihvaćamo ako je

$$\chi_{\text{exp}}^2 < \chi_{\alpha}^2(n - 1). \quad (3.3)$$

(ii) Testiramo hipotezu

$$\mathbf{H}_0 : \mu = \mu_0,$$

uz alternativnu hipotezu

$$\mathbf{H}_a : \mu \neq \mu_0.$$

Ovdje koristimo **t-test** s $n - 1$ stupnjeva slobode, $t(n - 1)$, a testiranje se zasniva na činjenici iz teorije vjerojatnosti da je

$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} \sim t(n - 1).$$

Za računanje vrijednosti $t(n - 1)$ koristimo naredbu

$$=\text{TINV}(\text{signifikantnost}; n - 1),$$

te računamo

$$t_{\text{exp}} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}.$$

Hipotezu \mathbf{H}_0 prihvaćamo ako je

$$|t_{\text{exp}}| < t_{\frac{\alpha}{2}}(n - 1). \quad (3.4)$$

(b) Neka je u n_1 mjerenja jedne normalno distribuirane slučajne varijable dobiven prosječni rezultat \bar{x}_1 uz korigiranu standardnu devijaciju s_1 , a u n_2 mjerenja druge normalno distribuirane slučajne varijable dobiven prosječni rezultat \bar{x}_2 uz korigiranu standardnu devijaciju s_2 . Indekse ćemo odabrati tako da je $s_1^2 > s_2^2$.

(i) Testiranje hipoteze

$$\mathbf{H}_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2,$$

$$\mathbf{H}_a : \sigma_1^2 > \sigma_2^2.$$

Koristimo **F test** s $(n_1 - 1, n_2 - 1)$ stupnjeva slobode. Test se zasniva na činjenici iz teorije vjerojatnosti da je

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1).$$

Stoga računamo $F(n_1 - 1, n_2 - 1)$ koristeći naredbu

$$=\text{FINV}(\text{signifikantnost}; n_1 - 1; n_2 - 1),$$

i veličinu

$$F_{\text{exp}} = \frac{s_1^2}{s_2^2}.$$

Slično kao do sad, hipotezu \mathbf{H}_0 prihvaćamo ako je

$$F_{\text{exp}} < F_{\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1). \quad (3.5)$$

(ii) Testiranje hipoteze

$$\mathbf{H}_0 : \mu_1 = \mu_2,$$

$$\mathbf{H}_a : \mu_1 \neq \mu_2.$$

Za testiranje hipoteze o jednakosti očekivanja opet koristimo **t-test**, ali sada s $n_1 + n_2 - 2$ stupnjeva slobode. Testiranje se zasniva na činjenici iz teorije vjerojatnosti da je

$$\frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1n_2}}} \sim t(n_1 + n_2 - 2).$$

Izračunamo

$$t_{\text{exp}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{n_1+n_2-2}} \sqrt{\frac{n_1+n_2}{n_1n_2}}},$$

a hipotezu prihvaćamo ako je

$$|t_{\text{exp}}| < t_{\frac{\alpha}{2}}(n_1 + n_2 - 2). \quad (3.6)$$

3.3 Naredba IF u Excelu

Kada u Excelu testiramo vrijedi li neka od relacija (3.3)–(3.6), to radimo na sljedeći način. Recimo da u polju B1 imamo vrijednost $\chi^2(n-1)$, a u polju B2 vrijednost χ_{exp}^2 . Tada u polje u kojem testiramo relaciju (3.3) upisujemo

$$=B2 < B1.$$

Rezultat će biti TRUE ili FALSE, ovisno o tome je li vrijednost u polju B2 manja od one u polju B1 ili nije. S ovakvim se poljima može dalje računati jer TRUE ima numeričku vrijednost 1, a FALSE 0.

Da bi konačni rezultat testiranja (3.1) bio pozitivan, moraju vrijediti relacije (3.3) i (3.4). Dakle, kao rezultate tih pojedinačnih testiranja moramo dobiti TRUE i TRUE. U bilo kojem drugom slučaju, rezultat ukupnog testiranja je negativan. Isto vrijedi i kod testiranja hipoteze (3.2) gdje provjeravamo vrijede li relacije (3.5) i (3.6).

Za ukupni test možemo koristiti naredbu IF,

=IF(uvjet; ako uvjet vrijedi; ako uvjet ne vrijedi).

Ako u slučaju da uvjet koji provjeravamo vrijedi želimo u polju ispisati *da*, a u slučaju da ne vrijedi *ne*, onda pišemo

=IF(uvjet; "da"; "ne").