

MATEMATIKA I:

19. siječnja 2002.

1. Neka je ravnina π razapeta pravcima $p_1 \dots \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$ i $p_2 \dots \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$.
Odredite točku simetričnu točki $T(-9, -8, 2)$ s obzirom na ravninu π .
2. Izračunajte bez L'Hospitalovog pravila $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+1) - \ln x)$.
3. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{x \sin x} + \frac{1}{\sqrt{\log_7^2 x - 5 \log_7 x + 6}}$.
4. Pokažite da se hiperbole $xy = a^2$ i $x^2 - y^2 = b^2$ sijeku pod pravim kutem za sve $a, b \in \mathbf{R}$.
5. Dokažite da vektori: $\vec{a} = -\vec{i} - 2\vec{j} + x\vec{k}, \vec{b} = -4\vec{j} + x\vec{k}, \vec{c} = x\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$ za nijedan $x \in \mathbf{R}$ nisu komplanarni!

MATEMATIKA I:

20. veljače 2002.

1. Odredite domenu funkcije $f(x) = \ln |\ln(15 + 2x - x^2)| + \frac{1}{(\sqrt{\pi-2}\sqrt{\arcsin(x-1)})}$.
2. Odredite ortogonalnu projekciju pravca $p \dots \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$ na ravninu $\pi \dots x + y + z = 2$.
3. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+3}-1}{\operatorname{tg}[\pi(x+3)]}$ bez upotrebe L'Hospitalova pravila.
4. Odredite jednadžbu tangente na $C \dots y = x^4 - x + 3$ koja prolazi kroz ishodište koordinatnog sustava.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2}{\ln x^2}$.

MATEMATIKA I:

16. ožujka 2002.

1. Odredite točku simetričnu ishodištu s obzirom na ravninu koja sadrži pravce $p_1 \dots \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{2}$, $p_2 \dots \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-3}{-4}$.
2. Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav

$$\begin{aligned} -4x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 4x_5 &= 0, \\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1, \\ 8x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 &= 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 1. \end{aligned}$$
3. Izračunajte: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-x+2} - \sqrt{x^2+x-2}}{x^2-3x+2}$
 - a) bez upotrebe L'Hospitalovog pravila,
 - b) pomoću L'Hospitalovog pravila.
4. Iz točke $T(1, 2)$ povucite tangente na krivulju $y = x^2 - 3x + 5$.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$.

MATEMATIKA I:

13. travnja 2002.

1. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $T(3, -2, -4)$, usporedan je ravnini $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ i siječe pravac $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$.
2. Odredite domenu funkcije $f(x) = \log_{3/5}(\log_{1/5}^2 x + \log_{1/5} x - 2) - \log_{7/4}(\log_{4/5}^2 x - 1/4)$.
3. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 1-0} x^{\frac{1}{1-x}} \cdot (1-x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$.
4. Odredite jednadžbe tangenata povučenih iz točke $T(2, -2)$ na parabolu $y = x^2 - 3x + 1$. Nađite sjecište tih tangenata.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{3x-5}{(x-1)^2}$.

MATEMATIKA I:

11. svibnja 2002.

1. Odredite točku simetričnu točki $A(1, 2, 0)$ s obzirom na ravninu $2x + 3y - 4z + 21 = 0$.
2. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ bez upotrebe L'Hospitalovog pravila, ako je funkcija zadana s $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 2x + 3}$.
3. Odredite domenu funkcije $f(x) = \ln\left(\frac{1}{(\sqrt{x-2}-1)(\sqrt{x-3}-2)}\right)$.
4. Na krivulju $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$ povucite tangentu okomitu na pravac $x = 2002$.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = x(\ln x)^2$.

MATEMATIKA I:

18. lipnja 2002.

1. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\sin(\arccos x) - \frac{\sqrt{3}}{2}}$.
2. Odredite jednadžbu ravnine koja sadrži točke $T_1(1, 2, 0)$ i $T_2(2, 3, 1)$, a okomita je na ravninu $2x + 3y - 4z = 0$.
3. Koristeći diferencijalni račun na krivulji $y = |x + 2| + 1$ nađite točku najbližu točki $A(1, 0)$.
4. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \arctg x - x + 1$.
5. Bez upotrebe L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 4 \cos x + 3 \cos^2 x}{x^2}$.

MATEMATIKA I:

2. srpnja 2002.

1. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{9-x^2}(\pi^2 - (6 \arcsin x)^2)}$.
2. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{\cos x} - x \operatorname{tg} x\right)$ bez upotrebe L'Hospitalovog pravila.
3. Nađite kut među krivuljama: $x^2 + 12x + y^2 - 4y + 15 = 0$, $x - y^2 + 4y - 3 = 0$.
4. Iz kruga polumjera $r = 2$ izrežite kružni isječak koji savijanjem daje stožac maksimalnog obujma.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{3x^2 - x}{x+1}$.

MATEMATIKA I:

9. srpnja 2002.

1. Odredite $D(f)$, ako je $f(x) = \ln |\ln(15 + 2x - x^2)|$.
2. Riješite u \mathbb{C} : $\sqrt{2}x^3 + 1 + i = 0$, te nacrtajte sliku.
3. Izračunajte bez upotrebe L' Hospitalovog pravila limes:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x (\sin x + 1) + \cos^2 x)^{\frac{1}{x}}.$$

4. Nađite kut između krivulja: $y^2 = 4 - 4x$ i $y^2 = 4 + 4x$. Odredite presječne točke, tangente i nacrtajte sliku.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$.

MATEMATIKA I:

11. rujna 2002.

1. Riješite u \mathbb{C} jednadžbu $64z^2 - z^8 = 0$.
2. Odredite točku simetričnu ishodištu s obzirom na pravac dan jednadžbom $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-3}$.
3. Odredite domenu funkcije $f(x) = \log [1 - \log_{3x} (3 - x)]$.
4. Izračunajte bez L'Hospitalovog pravila $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}}$.
5. Odredite kvalitativni graf funkcije $f(x) = (x + 1) \ln^2 (x + 1)$.

MATEMATIKA I:

25. rujna 2002.

1. Nađite jednadžbu ravnine koja je okomita na ravninu $\pi \dots 2x + y - 3z = 4$, a sadrži pravac $p \dots \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$.
2. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$ bez upotrebe L'Hospitalovog pravila.
3. Odredite domenu funkcije $f(x) = \ln \frac{2 \cos x}{1 - 2 \sin x} + \sqrt{16 - x^2}$.
4. Između svih stožaca upisanih u kuglu polumjera \mathbf{R} odredite onaj koji ima makimalni obujam.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$.

MATEMATIKA I:

1. listopada 2002.

1. Nađite domenu funkcije $f(x) = \ln(|x| + x) + \arccos \frac{2x-4}{x-1}$.
2. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$.
3. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom $T(3, -2, -4)$, usporedan je ravnini $3x - 2y - 3z - 7 = 0$ i siječe pravac $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$.
4. Broj 36 rastavite na dva pozitivna faktora tako da zbroj njihovih kvadrata bude minimalan.
5. Nacrtajte graf funkcije $f(x) = 1 - e^{-\cos x}$. (Napomena: funkcija je periodična).

MATEMATIKA I:

16. studenog 2002.

1. Izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$ bez upotrebe L'Hospitalovog pravila.
2. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\pi^2 - (6 \arcsin x)^2} \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{2}} x}$.
3. Riješite sustav: $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3$, $-2x_1 + x_3 = -2$, $x_1 + 2x_2 - x_3 = 3$, $-x_1 + 2x_2 + 12x_3 = 1$.
4. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = 1 - e^{-\sin x}$.
5. Nađite tangente na krivulju $y = x^4 - x + 3$ koje prolaze ishodištem.

MATEMATIKA I:

14. prosinca 2002.

1. Odredite domenu funkcije: $f(x) = \ln \left(\left| \frac{x}{x+2} \right| - \frac{x}{x+2} \right) + \frac{\sqrt{\cos(\pi x)}}{x+1}$.
2. Bez upotrebe L'Hospitalovog pravila izračunajte limese:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 2x + 3})$$
 i

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 2x + 3}).$$
3. Pod kojim kutem se sijeku parabole $y_1 = \frac{1}{4}x^2 - 1$ i $y_2 = -\frac{1}{16}x^2 + 4$?
4. Odredite $x \in \mathbb{R}$ tako da vektori $\vec{a} = 2\vec{i} - (x+3)\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = x\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$ i $\vec{c} = 8x\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ budu komplanarni.
5. Nacrtajte graf funkcije $f(x) = x^2 \ln x$.