

**MATEMATIKA I:**

19. siječnja 2002.

1. Neka je ravnina  $\pi$  razapeta pravcima  $p_1 \dots \frac{x-1}{-2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{-1}$  i  $p_2 \dots \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{3}$ .  
Odredite točku simetričnu točki  $T(-9, -8, 2)$  s obzirom na ravninu  $\pi$ .
2. Izračunajte bez L'Hospitalovog pravila  $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\ln(x+1) - \ln x)$ .
3. Odredite domenu funkcije  $f(x) = \sqrt{x \sin x} + \frac{1}{\sqrt{\log_7^2 x - 5 \log_7 x + 6}}$ .
4. Pokažite da se hiperbole  $xy = a^2$  i  $x^2 - y^2 = b^2$  sijeku pod pravim kutem za sve  $a, b \in \mathbf{R}$ .
5. Dokažite da vektori:  $\vec{a} = -\vec{i} - 2\vec{j} + x\vec{k}$ ,  $\vec{b} = -4\vec{j} + x\vec{k}$ ,  $\vec{c} = x\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$  za nijedan  $x \in \mathbf{R}$  nisu komplanarni!

**MATEMATIKA I:**

20. veljače 2002.

1. Odredite domenu funkcije  $f(x) = \ln |\ln(15 + 2x - x^2)| + \frac{1}{(\sqrt{\pi-2}\sqrt{\arcsin(x-1)})}$ .
2. Odredite ortogonalnu projekciju pravca  $p \dots \begin{cases} x = 1 \\ y = 0 \end{cases}$  na ravninu  $\pi \dots x + y + z = 2$ .
3. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{x+3}-1}{\operatorname{tg}[\pi(x+3)]}$  bez upotrebe L'Hospitalova pravila.
4. Odredite jednadžbu tangente na  $C \dots y = x^4 - x + 3$  koja prolazi kroz ishodište koordinatnog sustava.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije  $f(x) = \frac{x^2}{\ln x^2}$ .

**MATEMATIKA I:**

16. ožujka 2002.

1. Odredite točku simetričnu ishodištu s obzirom na ravninu koja sadrži pravce  $p_1 \dots \frac{x-1}{1} = \frac{y}{0} = \frac{z}{2}$ ,  $p_2 \dots \frac{x-1}{-2} = \frac{y+1}{0} = \frac{z-3}{-4}$ .
2. Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav
 
$$\begin{aligned} -4x_1 + 2x_2 - 2x_4 + 4x_5 &= 0, \\ -x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1, \\ 8x_1 - 7x_2 + 2x_3 + x_4 - 4x_5 &= 2, \\ 2x_1 - x_2 + x_4 - 2x_5 &= 0, \\ x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 + x_5 &= 1. \end{aligned}$$
3. Izračunajte:  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2-x+2} - \sqrt{x^2+x-2}}{x^2-3x+2}$ 
  - a) bez upotrebe L'Hospitalovog pravila,
  - b) pomoću L'Hospitalovog pravila.
4. Iz točke  $T(1, 2)$  povucite tangente na krivulju  $y = x^2 - 3x + 5$ .
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije  $f(x) = \frac{x^2-2x+2}{x-1}$ .

**MATEMATIKA I:**

13. travnja 2002.

1. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom  $T(3, -2, -4)$ , usporedan je ravnini  $3x - 2y - 3z - 7 = 0$  i siječe pravac  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$ .
2. Odredite domenu funkcije  $f(x) = \log_{3/5}(\log_{1/5}^2 x + \log_{1/5} x - 2) - \log_{7/4}(\log_{4/5}^2 x - 1/4)$ .
3. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 1-0} x^{\frac{1}{1-x}} \cdot (1-x)^{\cos \frac{\pi x}{2}}$ .
4. Odredite jednadžbe tangenata povučenih iz točke  $T(2, -2)$  na parabolu  $y = x^2 - 3x + 1$ . Nađite sjecište tih tangenata.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije  $f(x) = \frac{3x-5}{(x-1)^2}$ .

**MATEMATIKA I:**

11. svibnja 2002.

1. Odredite točku simetričnu točki  $A(1, 2, 0)$  s obzirom na ravninu  $2x + 3y - 4z + 21 = 0$ .
2. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) + \lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$  bez upotrebe L'Hospitalovog pravila, ako je funkcija zadana s  $f(x) = \sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 2x + 3}$ .
3. Odredite domenu funkcije  $f(x) = \ln\left(\frac{1}{(\sqrt{x-2}-1)(\sqrt{x-3}-2)}\right)$ .
4. Na krivulju  $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 4$  povucite tangentu okomitu na pravac  $x = 2002$ .
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije  $f(x) = x(\ln x)^2$ .

**MATEMATIKA I:**

18. lipnja 2002.

1. Odredite domenu funkcije  $f(x) = \sqrt{\sin(\arccos x) - \frac{\sqrt{3}}{2}}$ .
2. Odredite jednadžbu ravnine koja sadrži točke  $T_1(1, 2, 0)$  i  $T_2(2, 3, 1)$ , a okomita je na ravninu  $2x + 3y - 4z = 0$ .
3. Koristeći diferencijalni račun na krivulji  $y = |x + 2| + 1$  nađite točku najbližu točki  $A(1, 0)$ .
4. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije  $f(x) = \arctg x - x + 1$ .
5. Bez upotrebe L'Hospitalovog pravila izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - 4 \cos x + 3 \cos^2 x}{x^2}$ .

**MATEMATIKA I:**

2. srpnja 2002.

1. Odredite domenu funkcije  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2}{9-x^2}(\pi^2 - (6 \arcsin x)^2)}$ .
2. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{\pi}{2} \frac{1}{\cos x} - x \operatorname{tg} x\right)$  bez upotrebe L'Hospitalovog pravila.
3. Nađite kut među krivuljama:  $x^2 + 12x + y^2 - 4y + 15 = 0$ ,  $x - y^2 + 4y - 3 = 0$ .
4. Iz kruga polumjera  $r = 2$  izrežite kružni isječak koji savijanjem daje stožac maksimalnog obujma.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije  $f(x) = \frac{3x^2 - x}{x+1}$ .

**MATEMATIKA I:**

9. srpnja 2002.

1. Odredite  $D(f)$ , ako je  $f(x) = \ln |\ln(15 + 2x - x^2)|$ .
2. Riješite u  $\mathbb{C}$ :  $\sqrt{2}x^3 + 1 + i = 0$ , te nacrtajte sliku.
3. Izračunajte bez upotrebe L'Hospitalovog pravila limes:

$$\lim_{x \rightarrow 0} (\sin x (\sin x + 1) + \cos^2 x)^{\frac{1}{x}}.$$

4. Nađite kut između krivulja:  $y^2 = 4 - 4x$  i  $y^2 = 4 + 4x$ . Odredite presječne točke, tangente i nacrtajte sliku.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije  $f(x) = e^{-\frac{1}{x^2}}$ .

**MATEMATIKA I:**

11. rujna 2002.

1. Riješite u  $\mathbb{C}$  jednadžbu  $64z^2 - z^8 = 0$ .
2. Odredite točku simetričnu ishodištu s obzirom na pravac dan jednadžbom  $\frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-3}$ .
3. Odredite domenu funkcije  $f(x) = \log [1 - \log_{3x} (3 - x)]$ .
4. Izračunajte bez L'Hospitalovog pravila  $\lim_{x \rightarrow 1} x^{\frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x} - 1}}$ .
5. Odredite kvalitativni graf funkcije  $f(x) = (x + 1) \ln^2 (x + 1)$ .

**MATEMATIKA I:**

25. rujna 2002.

1. Nađite jednadžbu ravnine koja je okomita na ravninu  $\pi \dots 2x + y - 3z = 4$ , a sadrži pravac  $p \dots \begin{cases} x - y + z = 2 \\ 3x - y + 2z = 4 \end{cases}$ .
2. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + \sin x} - \sqrt{1 - \sin x}}{x}$  bez upotrebe L'Hospitalovog pravila.
3. Odredite domenu funkcije  $f(x) = \ln \frac{2 \cos x}{1 - 2 \sin x} + \sqrt{16 - x^2}$ .
4. Između svih stožaca upisanih u kuglu polumjera  $\mathbf{R}$  odredite onaj koji ima makimalni obujam.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije  $f(x) = \frac{2x-1}{(x-1)^2}$ .

**MATEMATIKA I:**

1. listopada 2002.

1. Nađite domenu funkcije  $f(x) = \ln(|x| + x) + \arccos \frac{2x-4}{x-1}$ .
2. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left( \sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right)$ .
3. Odredite jednadžbu pravca koji prolazi točkom  $T(3, -2, -4)$ , usporedan je ravnini  $3x - 2y - 3z - 7 = 0$  i siječe pravac  $\frac{x-2}{3} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-1}{2}$ .
4. Broj 36 rastavite na dva pozitivna faktora tako da zbroj njihovih kvadrata bude minimalan.
5. Nacrtajte graf funkcije  $f(x) = 1 - e^{-\cos x}$ . (Napomena: funkcija je periodična).

**MATEMATIKA I:**

16. studenog 2002.

1. Izračunajte  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x \sqrt{\cos 2x}}{x^2}$  bez upotrebe L'Hospitalovog pravila.
2. Odredite domenu funkcije  $f(x) = \sqrt{\pi^2 - (6 \arcsin x)^2} \sqrt{1 - \log_{\frac{1}{2}} x}$ .
3. Riješite sustav:  $x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 3$ ,  $-2x_1 + x_3 = -2$ ,  $x_1 + 2x_2 - x_3 = 3$ ,  $-x_1 + 2x_2 + 12x_3 = 1$ .
4. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije  $f(x) = 1 - e^{-\sin x}$ .
5. Nađite tangente na krivulju  $y = x^4 - x + 3$  koje prolaze ishodištem.

**MATEMATIKA I:**

14. prosinca 2002.

1. Odredite domenu funkcije:  $f(x) = \ln \left( \left| \frac{x}{x+2} \right| - \frac{x}{x+2} \right) + \frac{\sqrt{\cos(\pi x)}}{x+1}$ .
2. Bez upotrebe L'Hospitalovog pravila izračunajte limese:
 
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 2x + 3})$$
 i
 
$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (\sqrt{x^2 + 2x + 3} - \sqrt{x^2 - 2x + 3}).$$
3. Pod kojim kutem se sijeku parabole  $y_1 = \frac{1}{4}x^2 - 1$  i  $y_2 = -\frac{1}{16}x^2 + 4$ ?
4. Odredite  $x \in \mathbb{R}$  tako da vektori  $\vec{a} = 2\vec{i} - (x+3)\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = x\vec{i} + 5\vec{j} + 2\vec{k}$  i  $\vec{c} = 8x\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  budu komplanarni.
5. Nacrtajte graf funkcije  $f(x) = x^2 \ln x$ .