

MATEMATIKA I:

17. siječnja 2004.

1. Zadan je pravac $p \dots \frac{x}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$ i ravnina $\Pi \dots 2x + 3y + z = 70$. Nađite pravac p_1 simetričan pravcu p obzirom na ravninu Π .
2. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\arccos(\ln x)}$.
3. Bez L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} x \frac{x^2 - \sqrt{x}}{\sqrt{x-1}}$.
4. Među svim jednakokračnim trokutima opsega 30 nađite onaj koji ima najveću površinu.
5. Nacrtajte kvalitativni graf funkcije $f(x) = \frac{x^2 + x - 2}{x + 1}$.

MATEMATIKA I:

5. veljače 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x) = \ln(4 \sin^2 x - 1) - \sqrt{4 - x^2}$.
2. Izračunajte: $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$.
3. Izračunajte približno $15.97^{\frac{1}{4}}$.
4. U sferu polumjera R upišite stožac maksimalnog volumena.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x(x-1)}{(x+1)^2}$.

MATEMATIKA I:

19. veljače 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\log_{\frac{2}{3}} x - 2 \log_{\frac{1}{3}} x - 3}$.
2. Izračunajte bez upotrebe L'Hospitalovog pravila $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x + \cos x - 1}{\sin x - \cos x + 1}$.
3. Odredite jednadžbu ravnine koja sadrži pravac $p_1 \dots \begin{cases} x + 2y + 3z = 0 \\ x + 3y + 2z = 1 \end{cases}$, a paralelna je s pravcem $p_2 \dots \begin{cases} 2x + y + 3z = 2 \\ 3x + y + 2z = 3 \end{cases}$.
4. U elipsu $4x^2 + 9y^2 = 36$ upišite pravokutnik maksimalne površine kojemu su stranice paralelne s koordinatnim osima.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{x^2 + 2x + 2}$.

MATEMATIKA I:

13. ožujka 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\log_x \frac{5+x}{3-x}}$.
2. Bez upotrebe L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{1 - \tan x}$.
3. Napišite jednadžbu pravca koji je okomit na ravninu $x + 2y + 3z = 1$, a prolazi sjecištem ravnina $3x + 2y - z = 5$, $2x - y + z = 3$ i prethodne ravnine.
4. Odredite koeficijente b i c u jednadžbi parabole $y = x^2 + bx + c$ koja u točki $(1, 1)$ tangira pravac $y = x$.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2 + 5x + 4}{x + 3}$.

MATEMATIKA I:

17. travnja 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x) = \ln(\arcsin(\frac{2x}{x+1}))$.
2. Bez upotrebe L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{1 - \cos x}$.
3. Odredite točku simetričnu točki $A(1, 2, 0)$ obzirom na ravninu $2x + 3y - 4z + 21 = 0$.
4. U sferu polumjera R upišite stožac maksimalnog volumena.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$.

MATEMATIKA I:

15. svibnja 2004.

1. Odredite sve prirodne brojeve a takve da je domena funkcije $f(x) = \log_a(x^2 + ax + 3)$ čitav skup realnih brojeva.
2. Bez korištenja L'Hospitalovog pravila izračunajte limes $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg}(\pi x)}{x + 2}$.
3. Odredite točku simetričnu ishodištu s obzirom na pravac dan jednadžbom $\frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z+3}{-3}$.
4. Na krivulji $y - x^2 = 0$ nađite točku najbližu točki $T(0, 1)$.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2 - x}{(x+1)^2}$.

MATEMATIKA I:

23. lipnja 2004.

1. Odredite sjecište pravaca $p_1 \dots \begin{cases} 2x - 3y + z = 1 \\ x - z = -4 \end{cases}$, $p_2 \dots \begin{cases} x - 5y + 3z = 8 \\ 2x + y - z = -5 \end{cases}$ i napišite jednadžbu pravca koji je okomit na p_1 i p_2 .
2. Odredite domenu funkcije $f(x) = \log_x(4^x - 6 \cdot 2^x + 8)$.
3. Bez upotrebe L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\sin x} - \sqrt{1-\sin x}}{1 - \sqrt{1-x}}$.
4. Dokažite da sve točke krivulje $y = \sin x$ u kojima je tangenta paralelna s pravcem $y = x$ imaju y -koordinatu nula.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x}{\ln x}$.

MATEMATIKA I:

6. srpnja 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x) = \arcsin(\log_2(\frac{x-1}{x+1}))$.
2. Bez upotrebe L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{x^2 + 1} - x)$.
3. Izračunajte približno $\arctan 1.05$.
4. Kugli polumjera R upišite valjak maksimalnog volumena.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x-3}{x^2-6x+5}$.

MATEMATIKA I:

13. srpnja 2004.

1. Odredite točku simetričnu točki $(1, 2, 3)$ s obzirom na pravac $p \dots \begin{cases} x + y - z = 4 \\ x - y + z = 2 \end{cases}$.
2. Dokažite da je domena funkcije $f(x) = \arcsin \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ čitav skup realnih brojeva.
3. Bez upotrebe L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\tan(\pi x)}{x-1}$.
4. Odredite tangente i normale na krivulju u točkama presjeka krivulje $y = x^3 - x^2 - 4x + 4$ i x -osi.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2-4x+5}{x-2}$.

MATEMATIKA I:

9. rujna 2004.

1. Nadite jednadžbu ravnine koja sadrži pravac $p_1 \dots \begin{cases} 3x + y - z + 5 = 0 \\ -x + y + z - 3 = 0 \end{cases}$, a paralelna je s pravcem $p_2 \dots \begin{cases} x + y - z + 5 = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$.
2. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{(3 \log_{\frac{1}{8}}^2 x - 4 \log_{\frac{1}{8}} x + 1)(4x^2 - 1)}$.
3. Izračunajte bez L'Hospitalovog pravila $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x - \sin x}{x^3}$.
4. U sferu zadanog polumjera R upišite stožac maksimalnog volumena.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{2x-3}{(x-2)^2}$.

MATEMATIKA I:

23. rujna 2004.

1. Odredite $x \in \mathbf{R}$ tako da vektori $\vec{a} = (2x - 6)\vec{i} + 4\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = (3x - 1)\vec{i} + 2\vec{j} + 2\vec{k}$, $\vec{c} = (3 - 8x)\vec{i} + (x - 2)\vec{j} - 3x\vec{k}$ budu komplanarni, te u tom slučaju izrazite vektor \vec{c} kao linearnu kombinaciju vektora \vec{a} i \vec{b} .
2. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\pi^2 - (3 \arcsin x)^2}$.
3. Bez korištenja L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\sin \pi x}$.
4. Kugli polumjera R opišite stožac minimalnog volumena.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2-3x}{x-1}$.

MATEMATIKA I:

1. listopada 2004.

1. Napišite jednadžbu ravnine koja sadrži pravce $p_1 \dots \frac{x-3}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{2}$, $p_2 \dots \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$.
2. Odredite domenu funkcije $f(x) = \arccos \frac{x^2-4}{x^2-1} + \arcsin \frac{5-x^2}{x^2-3}$.
3. Približno izračunajte $255.94^{0.25}$.
4. Bez korištenja L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2 \sin \frac{1}{x}}{\sin x} \right)$.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{4x-4}{x^2-2x+5}$.

MATEMATIKA I:

13. studenog 2004.

1. Riješite u skupu kompleksnih brojeva jednadžbu $(\sqrt{3} - i)^4 = 2^4$.
2. Odredite domenu funkcije $f(x) = \log |\sqrt{|x-2| - |x^2 - 5x + 6|}|$.
3. Bez korištenja L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\sqrt{\cos x} - 1}$.
4. Na krivulju $y = 2x^3 + 15x^2 + 36$ povucite tangente okomite na pravac $x = 2004$.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{3x^2 - 7x + 4}{x - 4}$.

MATEMATIKA I:

11. prosinca 2004.

1. Gaussovom metodom eliminacije riješite sustav:

$$\begin{aligned}2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 &= 1 \\x_1 + x_2 - x_3 - 2x_4 &= -8 \\x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 &= 13 \\2x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 &= -5.\end{aligned}$$

2. Nadite jednadžbu ravnine koja sadrži pravac $p_1 \dots \begin{cases} 3x + y - z + 5 = 0 \\ -x + y + z - 3 = 0 \end{cases}$, a paralelna je s pravcem $p_2 \dots \begin{cases} x + y - z + 5 = 0 \\ x + 3y = 0 \end{cases}$.
3. Odredite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\log_{|x|} (|x| - x)}$.
4. Bez korištenja L'Hospitalovog pravila izračunajte $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x - \pi) - \sin(x - \pi)}{x}$.
5. Ispitajte tok i nacrtajte graf funkcije $f(x) = \frac{x^2 + x}{(x + 2)^2}$.