

MATEMATIKA II:

18. siječnja 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \ln((4 - x^2 - y^2)(y - x^2 - 1))$.
2. Izračunajte $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}(0, 0)$ ako je $z(x, y) = \frac{x+y}{x+yz+2}$.
3. Nađite strogo pozitivne brojeve x, y i z za koje je $xyz = 8$ takve da izraz $x + y + z$ poprima najmanju moguću vrijednost.
4. Nađite volumen tijela omeđenog s $y = \sqrt{x}, y = 2\sqrt{x}, x + z = 6, z = 0$.
5. Riješite Cauchyjev problem $y' + \frac{y}{x} = x^2 y^4, y(1) = \frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

MATEMATIKA II:

6. veljače 2003.

1. Odredite $D(f)$, ako je $f(x, y) = \sqrt{\ln \frac{x-y}{x+y}} + \ln \operatorname{arctg} xy$.
2. Izračunajte $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$.
3. Izračunajte $\iint_D x^2 dx dy$ ako je područje D zadano nejednadžbama $x^2 + y^2 + 4y \leq 0, x \geq 0, y \leq 0$.
4. Odredite Taylorov red $T(x)$ funkcije $f(x) = \frac{x-2}{x^2-4x+3}$ oko $x_0 = 2$. Ispitajte područje konvergencije tog reda.
5. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'' - 4y = 8x^3$.

MATEMATIKA II:

20. veljače 2003.

1. Odredite $D(f)$, ako je $f(x, y) = \ln\left(0.25 - \frac{x-y}{x+y}\right)$.
2. Izračunajte površinu ograničenu parabolama $2(y-1)^2 = x$ i $(y-1)^2 = x-1$.
3. Na plohi $x^2 + y^2 - z^2 - 2x = 0$ nađite točke u kojima su tangencijalne ravnine paralelne s nekom od koordinatnih ravnina.
4. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y'(1+y')^2 = ay''$.
5. Izračunajte dvostruki integral

$$\int \int_{(S)} xy^2 dx dy$$

gdje je S područje omeđeno parabolom $y^2 = 2px$ i pravcem $x = p$.

MATEMATIKA II:

15. ožujka 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{1 - \log_y x} \cdot \sqrt{x - y^2}$.
2. Odredite površinu presjeka elipsa $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$ i $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.
3. Na plohu $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ položite tangencijalne ravnine paralelne s ravninom $x + 4y + 6z = 0$.
4. Odredite najveću i najmanju vrijednost funkcije $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ u području $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$.
5. Riješite Cauchyjev problem

$$\begin{aligned} (xy' - y) \arctan \frac{y}{x} &= x \\ y(1) &= 0. \end{aligned}$$

MATEMATIKA II:

12. travnja 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{1 - \log_y x} \cdot \sqrt{x - y^2}$.
2. Odredite površinu presjeka elipsa $\frac{x^2}{1} + \frac{y^2}{4} = 1$ i $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1$.
3. Na plohu $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ položite tangencijalne ravnine paralelne s ravninom $x + 4y + 6z = 0$.
4. Odredite najveću i najmanju vrijednost funkcije $z = \sin x + \sin y + \sin(x + y)$ u području $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$, $0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}$.
5. Riješite Cauchyjev problem

$$\begin{aligned} (xy' - y) \arctan \frac{y}{x} &= x \\ y(1) &= 0. \end{aligned}$$

MATEMATIKA II:

10. svibnja 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{((x-1)^2 + (y-1)^2 - 1)((x-1)^2 - y)} + \ln(y-1)$ i prikažite rješenje u koordinatnoj ravnini.
2. Prijelazom na polarne koordinate izračunajte:

$$\int_0^a dx \int_0^{\sqrt{a^2 - x^2}} \sqrt{x^2 + y^2} dy.$$

3. Pokažite da ravnine tangencijalne na plohu stošca $z = \frac{y^2}{x}$ u proizvoljnoj točki $M(x_0, y_0, z_0)$ prolaze ishodištem koordinatnog sistema.
4. Nađite površinu plohe nastale rotacijom luka krivulje $y = e^{-x}$ oko osi OX od $x = 0$ do $x = +\infty$.
5. Riješite Cauchyjev problem:

$$yy'' + y'^2 = 1, \quad y(0) = 1 \quad \text{i} \quad y'(0) = 1.$$

MATEMATIKA II:

17. lipnja 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \ln\left(\frac{1}{16} - \left(\frac{x+y}{x^2+y^2}\right)^2\right) + \sqrt{y-x}$ i prikažite rješenje u koordinatnoj ravnini.
2. Promjenom poretka integracije izračunajte dvostruki integral:

$$\int_0^a dx \int_0^{\sqrt{2ax-x^2}} xy dy.$$

3. Na plohi $y^2 + z^2 - x^2 - 2y = 0$ nađite točke u kojima su tangencijalne ravnine paralelene sa nekom od koordinatnih ravnina.
4. Nađite duljinu luka krivulje $x = \frac{y^2}{4} - y$ od $y = 2$ do $y = 4$. Slika!
5. Ispitajte konvergenciju reda funkcija:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+5)^{2n-1}}{2n4^n}.$$

MATEMATIKA II:

1. srpnja 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{\arcsin(|x| - |y|)}$.
2. Od svih kvadara volumena 27 nađite onaj koji ima najmanje oplošje.
3. Nađite volumen tijela nastalog rotacijom plohe omeđene sa krivuljom $y = e^x$ te pravcima $x = 0$, $x = 1$ i $y = 0$ oko osi OX .
4. Izračunajte integral $\iint_S y dx dy$ ako je S kružni vijenac omeđen kružnicama polumjera $r = 1$ i $R = 2$ sa središtem u ishodištu.
5. Riješite diferencijalnu jednadžbu: $y'' - 2y' + y = 2e^x$.

MATEMATIKA II:

14. srpnja 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{\ln(x - y)} - \sqrt{|x| - |y|}$.
2. Izračunajte približno polumjer kružnice opisane pravokutniku stranica $a = 5.2$ i $b = 11.7$.
3. Nađite volumen tijela određenog ravninama $x = 0$, $y = 0$, $y = 2 - x$ i $z = 2 - x - y$.
4. Nađite površinu omeđenu pravcima $r \cos \varphi = 1$, $r \cos \varphi = 2$ i kružnicom $r = 2$.
5. Riješite diferencijalnu jednadžbu: $y'' + y' - 2y = 8 \sin 2x$.

MATEMATIKA II:

11. rujna 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{\log_{\frac{1}{2}}(x - y)^2 - 2}$
2. Promijenite poredak integracije u dvostrukom integralu

$$\int_{-1}^1 dx \int_{x^2}^{\sqrt{2-x^2}} f(x, y) dy.$$

3. Nađite najveću i najmanju vrijednost funkcije $z(x, y) = x^2 - y^2$ u području $x^2 + y^2 \leq 1$.
4. Izračunajte površinu područja S omeđenog pravcem koji prolazi točkama $A(2, 0)$ i $B(0, 2)$ te lukom kružnice polumjera 1 sa središtem u točki $C(0, 1)$. Skica!
5. Nađite razvoj u Taylorov red te područje konvergencije tog reda funkcije

$$f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{x^2 - 5x + 6}$$

(Napomena: koristite rastav na parcijalne razlomke).

MATEMATIKA II:

25. rujna 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \sqrt{|x + 1| - \sqrt{y + 4x}}$.
2. Nađite tangencijalne ravnine na plohu $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ paralelne sa ravninom $2x + 8y + 12z = 0$.
3. Primjenom polarnih koordinata nađite površinu područja omeđenog sa krivuljama $x^2 + y^2 - 2y = 0$, $y = x$ i $x = 0$.

4. Nađite razvoj u Taylorov red oko nule te područje konvergencije tog reda funkcije

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - 2x}$$

(Napomena: koristite rastav na parcijalne razlomke).

5. Nađite rješenje diferencijalne jednačbe $y'' - 2y' = e^{2x} + x^2 - 1$ koje zadovoljava uvjete $y(0) = \frac{1}{8}$, $y'(0) = 1$.

MATEMATIKA II:

1. listopada 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \ln(x + y - 2\sqrt{x+y} + 1)$.
2. Promjenom poretka integracije izračunajte integral

$$\int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} dx \int_{\frac{\pi}{2}}^x x \cos(xy) dy.$$

3. Nađite volumen tijela nastalog rotacijom područja omeđenog sa krivuljama $y = (x - \sqrt{2})^2$ i $x^2 - 2\sqrt{2}x + y^2 = 0$ oko osi x .
4. Nađite razvoj u Taylorov red oko nule te područje konvergencije tog reda funkcije

$$f(x) = \sin x \cos x$$

5. Nađite rješenje diferencijalne jednačbe $y'' - 2y' = e^{2x} + 5$.

MATEMATIKA II:

15. studenog 2003.

1. Nađite domenu funkcije $f(x) = \sqrt{\ln(4 - x^2 - y^2)} \cdot \sqrt{xy}$.
2. Izračunajte površinu lika omeđenog s $(y - 1)^2 + x^2 = 1$, $(y - 2)^2 + x^2 = 4$.
3. Na plohi $x^2 + y^2 - z^2 - 2y = 0$ nađite točke u kojima je tangencijalna ravnina paralelna s ravninom $x = 0$.
4. Riješite diferencijalnu jednačbu $y'' - 2y' = 3x + 2xe^x$.
5. Razvijte u Taylorov red oko $x_0 = 0$ funkciju $f(x) = \frac{2x}{2-x}$ i ipitajte područje konvergencije.

MATEMATIKA II:

13. prosinca 2003.

1. Odredite domenu funkcije $f(x, y) = \ln(3 - y + \sqrt{x-4})$.
2. Izračunajte približno polumjer kružnice opisane pravokutniku čije su stranice duljine $a = 4.85$ i $b = 12.3$.
3. Izračunajte volumen tijela omeđenog ravninama $x = 0$, $x = 2$, $y = 0$, $z = 0$ i $z = 5$ te plohom $y = \sqrt{1 - x^2}$. Skica!
4. Razvijte u Taylorov red $T(x)$ oko $x = 2$ funkciju $f(x) = \frac{1}{3-x}$ i nađite $T\left(\frac{5}{2}\right)$.
5. Riješite diferencijalnu jednačbu

$$y'' - 2y' = 3x + 2xe^x.$$