MATEMATIKA II: 17. siječnja 2004.

1. Odredite domenu funkcije
$$f(x,y) = \sqrt{\cos(\pi - x^2 - y^2)}.$$
2. Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 1$ paralelne sa ravninom $2x + y + 3z = 2$.
3. Izračunajte površinu područja u prvom kvadrantu zadanog nejednadžbom $x^2 + y^2 \leq 2y + 2x$.
4. Izračunajte približno polumjer kružnice sa središtem u ishodištu koja prolazi točkom $T(6.8, 24.1)$.
5. Razvijte u Taylorov red oko nule funkciju $f(x) = \frac{x^3}{1-x^2}$.

MATEMATIKA II: 5. veljače 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y) = \ln\left(\sin\left(x + \frac{\pi}{2}\right)\right) \cdot \sqrt{x^2 - y^2}$.
2. Kroz točku $T(3,2,1)$ položite ravninu koja s koordinatnim ravninama zatvara piramidu najmanjeg obujma.
3. Izračunajte obujam tijela nastalog rotacijom područja $0 \leq y \leq \sin x$, $x \in [0, \pi]$ oko pravca $y = 1$.
4. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte
$$\int_0^1 dy \int_{1-y}^{2-y} (x+y)\, dx \quad + \quad \int_1^2 dy \int_0^{2-y} (x+y)\, dx.$$
5. Ako je $f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{x}{3}\right)^n$, odredite
   a) *D(f)*,
   b) $f(1)$,
   c) $f^{(6)}(0)$.

MATEMATIKA II: 19. veljače 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y) = \ln\left(\frac{1}{4} - \arccos^2(x+y)\right) \cdot \sqrt{\frac{\pi^2}{9} - x^2 - y^2}$.
2. Izračunajte volumen tijela nastalog rotacijom područja omeđenog sa krivuljom $y = x^2 + 1$ i pravcem $y = 2$ oko x-osi.
3. Približno izračunajte vrijednost izraza $\sqrt{5.9 + \sqrt[3]{1 - 3.2^2}}$.
4. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte
$$\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_{\frac{\sqrt{3}}{3}x}^{\sqrt{3}x} \sqrt{x^2+y^2} dy \quad + \quad \int_{\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} dx \int_{\frac{\sqrt{3}}{3}x}^{\sqrt{1-x^2}} \sqrt{x^2+y^2}\, dy.$$
5. Odredite razvoj u Taylorov red oko nule funkcije $f(x) = \frac{x^2}{x-1}$ i odredite područje konvergencije tog reda.

MATEMATIKA II: 13. ožujka 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y)=\sqrt{\arcsin(x^2+y^2-1)}+\ln|x-y|$.
2. Izračunajte površinu omeđenu krivuljama $x^2+(y-1)^2=1$ i $(x-1)^2+y^2=1$.
3. Među svim kvadrima oplošja π nađite onaj najvećeg obujma.
4. Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine na plohu $x^2+2y^2+3z^2=1$ paralelne ravnini $2x+y+3z=5$.
5. Razvijte u Taylorov red oko nule funkciju $f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$ i ispitajte područje konvergencije tog reda.

MATEMATIKA II: 17. travnja 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y)=\ln(\arcsin(x^2+y^2)+1)$ i skicirajte je u koordinatnoj ravnini.
2. Na elipsoidu $x^2+4y^2+9z^2=36$ odredite točku najbližu ravnini $2x+6y+9z-36=0$.
3. Nađite volumen dobiven rotacijom područja $(x+1)^2\le y\le\sqrt{x+1}$ oko y-osi.
4. Na plohi $x^2+y^2-z^2-2y=0$ odredite točke u kojima je tangencijalna ravnina na tu plohu paralelna sa koordinatnom ravninom $x=0$.
5. Riješite Cauchy-ev problem:
$$x''+x=\cos t,\qquad x(0)=x(1)=0.$$

MATEMATIKA II: 15. svibnja 2004.

1. Odredite domenu funkcije
$$f(x,y)=\sqrt{\frac{1}{2}-|\sin(x+y)|}+\ln(\pi^2-x^2-2xy-y^2).$$
2. Nađite volumen tijela dobivenog rotacijom oko osi x područja omeđenog sa krivuljama $y^2=x-1$ i $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.
3. Izračunajte $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}(0,0)$ ako je funkcija $z(x,y)$ zadana implicitno sa $z=\frac{x+y}{x+yz+2}$.
4. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte:
$$\int_{-\sqrt{2}}^{\frac{-\sqrt{2}}{2}}dx\int_{-x}^{\sqrt{4-x^2}}\sin\frac{\pi(x^2+y^2)}{2}\,dy\;+\;\int_{-\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\frac{\sqrt{2}}{2}}dx\int_{\sqrt{1-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}}\sin\frac{\pi(x^2+y^2)}{2}\,dy\;+\;\int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^{\sqrt{2}}dx\int_{x}^{\sqrt{4-x^2}}\sin\frac{\pi(x^2+y^2)}{2}\,dy.$$
5. Riješite diferencijalnu jednadžbu $y''-y'=e^x$ ako je $y(0)=1$ i $y'(0)=0$.

MATEMATIKA II: 23. lipnja 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y)=\sqrt{\cos\sqrt{\frac{\pi^2}{2}-x^2-y^2}}+\ln(\pi^2-x)\ln(\pi^2-y)$ i skicirajte je u koordinatnoj ravnini.
2. Promijenite poredak integracije i izračunajte integral
$$\int_1^2 dy \int_{1+(y-1)^2}^{2} y dx.$$
3. Nađite volumen područja omeđenog sa koordinatnim ravninama i ravninom $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}+\frac{z}{3}=1$.
4. Na plohi $3x^2+y^2+2z^2=30$ odredite točke u kojima je tangencijalna ravnina na tu plohu paralelna sa ravninom $3x+2y+z=e$.
5. Razvijte u Taylorov red oko nule funkciju $f(x)=\frac{1}{x^2-5x+6}$ i odredite područje konvergencije tog reda.

MATEMATIKA II: 6. srpnja 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y)=\sqrt{\sin|x+y|}+\ln\left(4-(x+y)^2\right)$ i skicirajte je u koordinatnoj ravnini.
2. Nađite volumen tijela određenog s $z=4-x^2-y^2$, $z\geq 0$.
3. Izračunajte dvostruki integral
$$\iint_D \sqrt{1-x^2-y^2}dxdy,$$
gdje je D područje omeđeno s $x-$osi i kružnicom $(x-1)^2+y^2=1$.
4. Razvijte u Taylorov red oko $x_0=3\pi$ funkciju $f(x)=\cos x$ i odredite područje konvergencije tog reda.
5. Riješite Cauchyjev problem: $y''-y'=e^x$, $y(0)=1$, $y'(0)=0$.

MATEMATIKA II: 13. srpnja 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y)=\sqrt{\log_{x^2+y^2}(5-x^2-y^2)}$ i skicirajte je u koordinatnoj ravnini.
2. Nađite lokalne ekstreme funkcije implicitno zadane sa $x^2+2x+y^2+z^2-z=0$.
3. Izračunajte dvostruki integral
$$\iint_D \sqrt{x^2+y^2}dxdy,$$
gdje je D područje omeđeno kružnicama $x^2+(y-1)^2=1$ i $x^2+y^2=1$.
4. Izračunajte približno $\sqrt{5.7+\sqrt[3]{1-3.2}}$.
5. Neka je zadana funkcija $f(x)=\sum_{n=0}^{+\infty}\left(\frac{x}{3}\right)^n$. Odredite domenu od f, $f(1)$ i $f^{(100)}(0)$.

MATEMATIKA II: 9. rujna 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y) = \sqrt{y^2 - 16x^2} + \ln((x+y)^2 - 5(x+y) + 6)$ i skicirajte je u koordinatnoj ravnini.
2. Izračunajte $\frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x}(0,0)$ ako je $z(x,y)$ implicitno zadana sa $z = \frac{x+y}{x+yz+2}$.
3. Na plohi $z = x^2 + y^2$ nađite točku najbližu točki $A(2,4,6)$.
4. Izračunajte površinu omeđenu krivuljom $y = (x-1)(x-2)(x-3)$ i osi OX.
5. Razvijte u Taylorov red oko nule i odredite domenu funkcije $f(x) = \frac{1}{x^2-5x+4}$.

MATEMATIKA II: 23. rujna 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y) = \sqrt{y^2 - x^2} + \ln(x^2 + y^2 - 4)$ i skicirajte je u koordinatnoj ravnini.
2. Nađite volumen tijela nastalog rotacijom oko pravca $x = 1$ onog dijela parabole $y^2 = 4x$ koji odsijeca taj pravac.
3. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral
$$\iint_S (x^2 + y^2)\ dxdy$$
gdje je S gornja polovica područja omeđenog kružnicom $x^2 + y^2 = 4x$.
4. Nađite ekstreme funkcije $z(x,y)$ zadane implicitno sa $x^3 - y^2 - 3x + 4y + z^2 + z - 8 = 0$.
5. Razvijte u Taylorov red oko $x_0 = 0$ funkciju $f(x) = \cos 2x + \frac{1}{x-2}$. Odredite područje konvergencije tog reda i $f^{(100)}(0)$.

MATEMATIKA II: 1. listopada 2004.

1. Odredite $D(f)$ ako je $f(x,y) = \sqrt{\sin(x+y)} - \sqrt{16\pi^2 - (x+y)^2}$.
2. Izračunajte približno polumjer opisane kružnice pravokutniku stranica $a = 5.1$ i $b = 11.8$.
3. Prelaskom na polarne koordinate izračunajte dvostruki integral
$$\int\int_{(S)} \sqrt{x^2 + y^2} dxdy$$
gdje je S područje omeđeno kružnicama $x^2 + y^2 = 1$ i $(x-1)^2 + y^2 = 1$.
4. Među svim kvadrima oplošja 2 odredite onaj najvećeg obujma.
5. Razvijte u Taylorov red oko $x_0 = 1$ funkciju $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{1}{3-x}$ i ispitajte područje konvergencije tog reda.

MATEMATIKA II: 13. studenog 2004.

1. Odredite $D(f)$ ako je $f(x,y) = \sqrt{(x+y)\cos(xy)}$.

2. Sfera Σ zadana je jednadžbom $x^2+y^2+z^2-1=0$. Odredite jednadžbu tangencijalne ravnine koja sadrži točke $T_1(1,3,1)$ i $T_2(2,1,1)$

3. Izračunajte dvostruki integral
$$\iint_{(S)} \sqrt{x^2+y^2}dxdy$$
gdje je S područje omeđeno kružnicom $(x-1)^2+y^2=1$ i osi OX.

4. Od svih trokuta zadanog opsega 2 nađite onaj koji ima najveću površinu.

5. Nađite partikularno rješenje jednadžbe $y''-2y'=e^{2x}+5$ koje zadovoljava uvjete $y(0)=y'(0)=0$.

MATEMATIKA II: 11. prosinca 2004.

1. Odredite domenu funkcije $f(x,y) = \sqrt{(\frac{1}{4}-\sin^2 x)(\frac{1}{4}-\cos^2 y)} + \ln(2\pi-(x^2+y^2))$

2. Nađite tangencijalnu ravninu na sferu $x^2+y^2+z^2-1=0$ koja prolazi točkama $T_1(3,2,1)$ i $T_2(2,3,1)$.

3. Nađite lokalne ekstreme funkcije implicitno zadane sa $x^2+y^2+z^2=1+2x+z$.

4. Promjenom poretka integracije izračunajte integral:
$$\int_{-2}^{-1} dx \int_{x^2}^{4} x^2 dy + \int_{-1}^{1} dx \int_{1}^{4} x^2 dy + \int_{1}^{2} dx \int_{x^2}^{4} x^2 dy.$$

5. Razvijte u Taylorov red oko nule funkciju $f(x) = \frac{x}{9-x^2}$ i odredite domenu od f.