

Pitanja iz Matematike 2

Opća pitanja

1. Određeni integral (jedne varijable). Geometrijska interpretacija. Svojstva.
2. Leibniz-Newtonova formula.
3. Neodređeni integral. Svojstva. Tablica integrala.
4. Metoda supstitucije u neodređenom i određenom integralu.
5. Računanje površine kruga pomoću jednostrukog integrala.
6. Računanje površine kruga pomoću dvostrukog integrala.
7. Dvostruki integral. Geometrijska interpretacija. Svojstva. Računanje.
8. Računanje obujma pomoću dvostrukog integrala (posebice kugle i stošca).
9. Parcijalne derivacije funkcije. Računanje ekstrema. Analogija s funkcijama jedne varijable.
10. Diferencijal funkcije dviju ili više varijabla. Formula za linearnu aproksimaciju funkcije dviju varijabla. Analogija s funkcijom jedne varijable.
11. Tangencijalna ploha. Analogija s tangentom.
12. Računanje obujma rotirajućih tijela.
13. Računanje duljine luka krivulje.
14. Taylorov red funkcije. Radijus konvergencije i područje konvergencije.
15. Taylorov red konkretnih funkcija: \exp , \sin , \cos , \ln , racionalnih funkcija; geometrijski red.
16. Pojam obične diferencijalne jednačbe i njenog rješenja. Što je to integralna krivulja?
17. Separacija varijabla, linearne dif. jednačbe, homogene dif. jednačbe.
18. Linearne diferencijalne jednačbe drugog reda s konstantnim koeficijentima.

Primjeri usmenog ispita

1. primjer

1. Izračunajte $\int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}} \sqrt{1-x^2} dx$ i rezultat interpretirajte geometrijski.
2. Objasnite kako se računa obujam pomoću dvostrukog integrala. To primijenite na primjeru računanja obujma kugle.
3. Napišite nužne i dovoljne uvjete lokalnog ekstrema funkcije dviju varijabla. To primijenite na primjeru funkcije $f(x, y) = ax^2 + by^2$, $a, b \in R$.
4. Napišite Taylorove redove oko nule funkcija $f(x) = \cos x$, $g(x) = \sin x$, $h(x) = e^x$. Koristeći te redove obrazložite formulu $e^{ix} = \cos x + i \sin x$.
5. Obrazložite kako se općenito rješava linearna diferencijalna jednačba 1. reda. Primijenite na primjer: $xy' - y = x^2$.

2. primjer

1. Izračunajte $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos^2 t} dt$ i rezultat interpretirajte geometrijski.
2. Objasnite kako se računa površina pomoću dvostrukog integrala. To primijenite na primjeru računanja površine paraboličkog odsječka.
3. Odredite Taylorov razvoj oko 1 funkcije $f(x) = \ln x$. Koje je područje konvergencije tog reda?
4. Navedite formule za računanje duljine luka u različitim koordinatnim sustavima. Primijenite to na računanje luka kružnice.
5. Objasnite kako se rješava linearna diferencijalna jednačina drugog reda s konstantnim koeficijentima.

3. primjer

1. Objasnite formulu za obujam rotacijskog tijela. Kao primjer izračunajte obujam stožca.
2. Izračunajte i geometrijski interpretirajte $\int_{-2}^3 dx \int_{x^2}^{x+1} dy$.
3. Napišite formule za tangentu krivulje zadane implicitno formulom $f(x, y) = 0$ i jednačinu tangencijalne ravnine na plohu s jednačinom $f(x, y, z) = 0$. Po čemu su te formule analogne? Pojasnite na primjeru tangente na kružnicu i tangencijalne ravnine na sferu.
4. Odredite Taylorov razvoj oko 1 funkcije $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ (bez deriviranja). Odredite područje konvergencije.
5. Riješite diferencijalnu jednačinu $y'' = -10$; $y(0) = 130$, $y'(0) = 20$. Interpretirajte fizikalno značenje diferencijalne jednačine i njenog rješenja.

4. primjer

1. Izračunajte $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1 - \cos^2 t} dt$ i rezultat interpretirajte geometrijski.
2. Objasnite kako se računa obujam pomoću dvostrukog integrala. To primijenite na primjeru računanja obujma kugle.
3. Izračunajte i geometrijski interpretirajte $\int_{-2}^2 dx \int_{x^2}^{2x} dy$.
4. Odredite Taylorov razvoj oko -1 funkcije $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ (bez deriviranja). Odredite područje konvergencije.
5. Riješite diferencijalnu jednačinu $y'' = -9.8$; $y(0) = 103$, $y'(0) = 8$. Interpretirajte fizikalno značenje diferencijalne jednačine i njenog rješenja.