Primjer 2. kolokvija iz Primijenjene matematike

1. Mjerenjem slučajne veličine X dobiveni su podatci

2.1 2.1 2.3 2.4 2.5 2.6 2.6 2.6

a) Procijenite očekivanje μ od X
b) procijenite varijancu σ^2 i standardnu devijaciju σ od X
c) Odredite standardnu grešku.

2. Odredite 95 postotni interval pouzdanosti ako je
a) Iz 40 mjerenja dobiveno $\bar{x} = 13.2$ i $s = 1.2$
b) Iz 12 mjerenja dobiveno $\bar{x} = 13.2$ i $s = 1.2$

Predočite intervale crtežom.

3. Za podatke iz 2 b) testirajte hipotezu H_0: $\mu = 12.8$
Uz kontrahipoteze $\mu \neq 12.8$ i $\mu > 12.8$
Razina značajnosti je $\alpha = 0.05$
Rezultate predočite crtežom.

4. Mjerenjem broja pomaka na nekoj odvozi dobiveno je:

0	1	2	3	4	5 i više
16	16	36	15	10	7

Provjerite, na razini značajnosti $\alpha = 0.05$, jesu li ti podatci prema Poissonovom zakonu.

5. (i) Izolirajte rješenje jednadžbe $e^x = 1 - x$

(ii) Odredite nultu aproksimaciju za metodu tangente i nekoliko novih aproksimacija

(iii) Pripremite jednadžbu za metodu iteracije i odredite nekoliko aproksimacija.

6. Odredite vezu oblika $y = \frac{a}{x} + b$ ako je

x_i	0.1	0.2	0.4	0.6	0.7
y_i	4.1	1.4	0.3	-0.1	-0.1

Rješenja:

1. a) μ procjenjujemo s $\bar{x} := \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$, a kako je $n = 8$ dobijemo

$$\bar{x} = \frac{2.1 + 2.1 + 2.3 + 2.4 + 2.5 + 2.6 + 2.6 + 2.6}{8} = 2.4$$

b) σ^2 procjenjujemo sa $s^2 := \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n-1}$

pa je $s^2 = \frac{2 \cdot (2.1 - 2.4)^2 + (2.3 - 2.4)^2 + (2.4 - 2.4)^2 + (2.5 - 2.4)^2 + 3 \cdot (2.6 - 2.4)^2}{8 - 1}$

$$= \frac{0.32}{7} = 0.0457 \quad ; \quad s = 0.2138$$

c) $s_{\bar{x}} := \frac{s}{\sqrt{n}}$ pa je $s_{\bar{x}} = \frac{0.2138}{\sqrt{8}}$

$= 0.0756$

2. a) $n = 40$ pa je $s_{\bar{x}} = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{1.2}{\sqrt{40}} = 0.1897$

Zato je 95 postotni interval za očekivanje

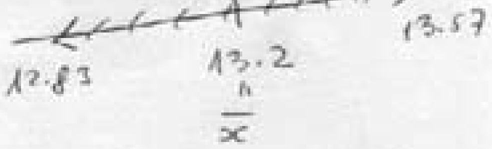
$\langle \bar{x} - 1.96\, s_{\bar{x}} , \bar{x} + 1.96\, s_{\bar{x}} \rangle$

$= \langle 13.2 - 1.96 \cdot 0.1897 , 13.2 + 1.96 \cdot 0.1897 \rangle$

$= \langle 12.8 , 13.6 \rangle$ (na jedno decimalno mjesto)

a na ~~dva~~ $\underline{\underline{2}}$ decimalna mjesta je

$\underline{\underline{\langle 12.83 , 13.57 \rangle}}$



b) Tu je $n < 30$ pa moramo koristiti t - razdiobu s $k = n-1$ st. slobode

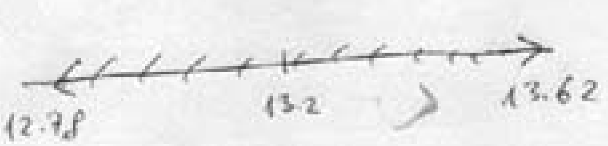
$k = 12 - 1 = 11$ $t_{\frac{0.05}{2}}(11) = 2.201$

Interval je

$\langle \bar{x} - 2.201 \cdot s_{\bar{x}} , \bar{x} + 2.201 \cdot s_{\bar{x}} \rangle$

$= \langle 13.2 - 2.201 \cdot 0.1897 , 13.2 + 2.201 \cdot 0.1897 \rangle$

$= \underline{\underline{\langle 12.78 , 13.62 \rangle}}$



3. $H_0: \mu = 12.8$
$H_a: \mu \neq 12.8$

$n = 12$
$r = n-1 = 11$

$t_{\frac{0.05}{2}}(11) = 2.201$

(gledamo u kopiranim tablicama ispod 0,05)

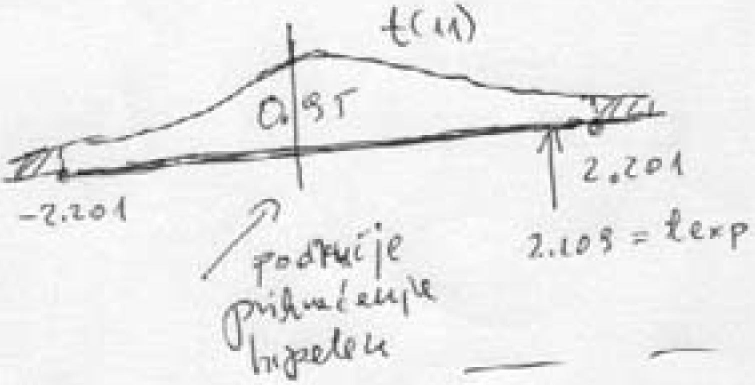
$$t_{exp} = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

$$= \frac{13.2 - 12.8}{0.1897}$$ (iz zadatka 2.)

(na 3 decimale)

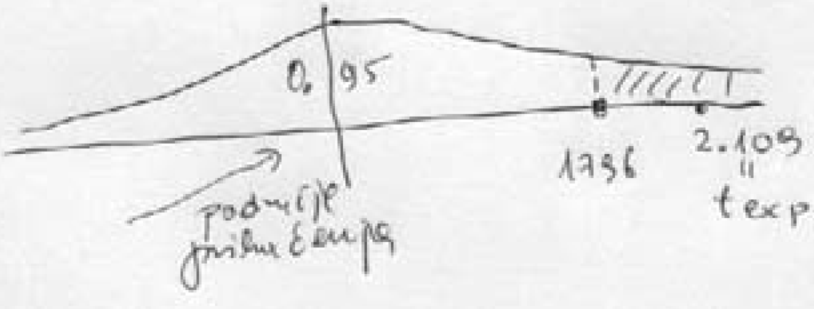
$$= 2.109$$

Kako je $t_{exp} < t_{\frac{0.05}{2}}(11)$ hipotezu prihvaćamo (iako jedva)



$H_0: \mu = 12.8$
$H_a: \mu > 12.8$

Sad je $t_{\frac{0.1}{2}}(11) = 1.796$ pa je $t_{exp} > t_{\frac{0.1}{2}}(11)$ i zato hipotezu odbacujemo.



4. Pogledajte rješenje na zavodskoj stranici, <u>Osnovne statistike - sažetak</u>

5. Uvodimo nove nepoznanice

$X_i = \frac{1}{x_i}$, $Y_i = y_i$

						Σ
X_i	10.00	5.00	2.50	1.67	1.43	20.60
Y_i	4.10	1.40	0.30	-0.10	-0.10	5.60
X_i^2	100.00	25.00	6.25	2.78	2.04	136.07
X_iY_i	41.00	7.00	7.50	-0.17	-0.14	55.19

$m = 5$

$$a = \frac{m\sum X_iY_i - \sum X_i \sum Y_i}{m\sum X_i^2 - (\sum X_i)^2} = \frac{5 \cdot 55.19 - 20.60 \cdot 5.60}{5 \cdot 136.07 - 20.60^2}$$

$$= \frac{160.59}{255.99} = 0.63$$

$$b = \frac{\sum X_i^2 \sum Y_i - \sum X_i \sum X_iY_i}{255.99} = \frac{136.07 \cdot 5.60 - 20.60 \cdot 55.19}{255.99}$$

$$= \frac{374.922}{255.99} = -1.46$$

Rješenje: $y = \frac{0.63}{x} - 1.46$

(ne garantiram za rezultat).
već samo za postupak