

1. (i) Napišite opći oblik linearne funkcije i linearne veze.
 (ii) Navedite geometrijsko i analitičko značenje koeficijenata linearne funkcije.
 (iii) Nacrtajte pravac koji prolazi točkom $(2, 3)$ i ima koeficijent smjera $\frac{4}{5}$. Napišite jednadžbu tog pravca.
2. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = \sin x$.
 (ii) Geometrijski predočite skup rješenja jednadžbe $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
 (iii) Riješite analitički jednadžbu $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$.
3. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ i $\vec{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$.
 (i) Napišite formulu za kut među vektorima \vec{a} i \vec{b} .
 (ii) Izračunajte kosinus kuta među vektorima $\vec{a} = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 8 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 8 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}$.
 (iii) Napišite pomoću determinante formule za vektorski i mješoviti produkt. Izračunajte vektorski produkt za \vec{a} i \vec{b} iz (ii).
4. (i) Napišite u matricnom obliku sustav

$$\begin{aligned} 3x - 2y + z &= 11 \\ x - y + 2z &= 9 \\ 2x + y - 3z &= -6. \end{aligned}$$

 (ii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice.
 (iii) Riješite sustav (i) Cramerovim pravilom.
5. (i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} .
 (ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = 3^x$.
 (iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcija $f(x) = 3^x$ i njoj inverzne funkcije.

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

1. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = \cos x$.
 (ii) Geometrijski predočite skup rješenja jednadžbe $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
 (iii) Riješite analitički jednadžbu $\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.
2. (i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} .
 (ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = 4^x$.
 (iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcija $f(x) = 4^x$ i njoj inverzne funkcije.
3. (i) Napišite u matricnom obliku sustav

$$\begin{aligned} 2x - y + z &= 7 \\ x - y + 3z &= 10 \\ -x + y + z &= -2. \end{aligned}$$

- (ii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice.
- (iii) Riješite sustav (i) Cramerovim pravilom.
4. (i) Napišite opći oblik linearne funkcije i linearne veze.
 (ii) Navedite geometrijsko i analitičko značenje koeficijenata linearne funkcije.
 (iii) Nacrtajte pravac koji prolazi točkom $(1, 2)$ i ima koeficijent smjera $\frac{3}{4}$. Napišite jednadžbu tog pravca.

$$5. \text{ Zadani su vektori } \vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \text{ i } \vec{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}.$$

- (i) Napišite formulu za kut među vektorima \vec{a} i \vec{b} .
- (ii) Izračunajte kosinus kuta među vektorima $\vec{a} = \begin{bmatrix} 8 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 4 \\ -8 \\ -1 \end{bmatrix}$.
- (iii) Napišite pomoću determinante formule za vektorski i mješoviti produkt. Izračunajte vektorski produkt za \vec{a} i \vec{b} iz (ii).

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

1. (i) Napišite precizno veze između međusobno inverznih funkcija f i f^{-1} .
(ii) Odgovorite na (i) ako je $f(x) = 2^x$.
(iii) U istom koordinatnom sustavu nacrtajte što preciznije grafove funkcija $f(x) = 2^x$ i njoj inverzne funkcije.
2. (i) Napišite opći oblik linearne funkcije i linearne veze.
(ii) Navedite geometrijsko i analitičko značenje koeficijenata linearne funkcije.
(iii) Nacrtajte pravac koji prolazi točkom $(3, 4)$ i ima koeficijent smjera $\frac{1}{2}$. Napišite jednadžbu tog pravca.
3. (i) Nacrtajte graf funkcije $f(x) = \sin x$.
(ii) Geometrijski predočite skup rješenja jednadžbe $\sin x = -\frac{1}{2}$.
(iii) Riješite analitički jednadžbu $\sin x = -\frac{1}{2}$.
4. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$, $\vec{b} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ i $\vec{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ c_3 \end{bmatrix}$.
(i) Napišite formulu za kut među vektorima \vec{a} i \vec{b} .
(ii) Izračunajte kosinus kuta među vektorima $\vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 8 \\ -1 \end{bmatrix}$ i $\vec{b} = \begin{bmatrix} 1 \\ 4 \\ -8 \end{bmatrix}$.
(iii) Napišite pomoću determinante formule za vektorski i mješoviti produkt. Izračunajte vektorski produkt za \vec{a} i \vec{b} iz (ii).
5. (i) Napišite u matricnom obliku sustav
$$\begin{aligned}x + y - 2z &= -5 \\3x - y + z &= 10 \\2x + 2y - z &= -1.\end{aligned}$$

(ii) Opišite kako se općenito rješava linearni sustav pomoću inverzne matrice.
(iii) Riješite sustav (i) Cramerovim pravilom.

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

2. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, DRUGI DIO - GRUPA A 7. prosinca 2010.

1. Zadana je funkcija $f(x) = x^2 + x - 12$.
- (i) Nacrtajte graf te funkcije i odredite koordinate tjemena.
 - (ii) Odredite rang, tj. skup vrijednosti ove funkcije? Odredite neki maksimalan interval na kojem je funkcija f injekcija.
 - (iii) Pokažite računski i grafički da jednačba $f(x) = -14$ nema rješenja.

2. Zadana je funkcija $f(x) = (x + 1)^3 - 1$.
- (i) Nacrtajte graf te funkcije. Odredite nultočke.
 - (ii) Pokažite računski i grafički da je funkcija f injektivna.
 - (iii) Pokažite računski i grafički da je funkcija f surjektivna na \mathbb{R} te odredite f^{-1} .

3. Zadan je linearan sustav:

$$\begin{aligned} -3s + 5t &= 7 \\ -2s - 7t &= 12 \end{aligned}$$

- (i) Riješite ga koristeći elementarne matricne transformacije.
 - (ii) Riješite ga koristeći Cramerovo pravilo.
 - (iii) Riješite ga koristeći inverznu matricu, pri čemu ćete inverznu matricu naći pomoću elementarnih matricnih transformacija.
4. (i) Riješite jednačbu $tg(x - \frac{\pi}{3}) = -1$.
- (ii) Odredite neki interval na kojem je $f(x) = tg(x - \frac{\pi}{3})$ injekcija.
 - (iii) Nađite inverznu funkciju funkcije f na intervalu iz (ii).

5. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{bmatrix} -2 \\ 7 \end{bmatrix}$ te $\vec{b} = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \end{bmatrix}$.

- (i) Jesu li ovi vektori komplanarni?
- (ii) Izračunajte $\vec{a} \times \vec{b}$.
- (iii) Izračunajte mješoviti umnožak sljedećih triju vektora: \vec{b} , $\vec{b} \times \vec{a}$, te $\vec{a} \times \vec{b}$.

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

1. (i) Riješite jednadžbu $tg(x - \frac{\pi}{3}) = 1$.
(ii) Odredite neki interval na kojem je $f(x) = tg(x - \frac{\pi}{3})$ injekcija.
(iii) Nađite inverznu funkciju funkcije f na intervalu iz (ii).
2. Zadana je funkcija $f(x) = x^2 + 4x - 12$.
(i) Nacrtajte graf te funkcije i odredite koordinate tjemena.
(ii) Odredite rang, tj. skup vrijednosti ove funkcije? Odredite neki maksimalan interval na kojem je funkcija f injekcija.
(iii) Pokažite računski i grafički da jednadžba $f(x) = -17$ nema rješenja.
3. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$ te $\vec{b} = \begin{bmatrix} 8 \\ -2 \end{bmatrix}$.
(i) Jesu li ovi vektori komplanarni?
(ii) Izračunajte $\vec{a} \times \vec{b}$.
(iii) Izračunajte mješoviti umnožak sljedećih triju vektora: \vec{b} , $\vec{b} \times \vec{a}$, te $\vec{a} \times \vec{b}$.
4. Zadana je funkcija $f(x) = (x - 1)^3 + 1$.
(i) Nacrtajte graf te funkcije. Odredite nultočke.
(ii) Pokažite računski i grafički da je funkcija f injektivna.
(iii) Pokažite računski i grafički da je funkcija f surjektivna na \mathbb{R} te odredite f^{-1} .
5. Zadan je linearan sustav:

$$\begin{aligned} -5s + 7t &= 14 \\ -3s - 2t &= 6 \end{aligned}$$

- (i) Riješite ga koristeći elementarne matricne transformacije.
- (ii) Riješite ga koristeći Cramerovo pravilo.
- (iii) Riješite ga koristeći inverznu matricu, pri čemu ćete inverznu matricu naći pomoću elementarnih matricnih transformacija.

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.

1. Zadana je funkcija $f(x) = (x + 2)^3 - 2$.

- (i) Nacrtajte graf te funkcije. Odredite nultočke.
- (ii) Pokažite računski i grafički da je funkcija f injektivna.
- (iii) Pokažite računski i grafički da je funkcija f surjektivna na \mathbb{R} te odredite f^{-1} .

2. Zadan je linearan sustav:

$$\begin{aligned} -4s + 11t &= 10 \\ -3s - 2t &= 8 \end{aligned}$$

- (i) Riješite ga koristeći elementarne matricne transformacije.
- (ii) Riješite ga koristeći Cramerovo pravilo.
- (iii) Riješite ga koristeći inverznu matricu, pri čemu ćete inverznu matricu naći pomoću elementarnih matricnih transformacija.

3. Zadana je funkcija $f(x) = x^2 - 2x - 3$.

- (i) Nacrtajte graf te funkcije i odredite koordinate tjemena.
- (ii) Odredite rang, tj. skup vrijednosti ove funkcije? Odredite neki maksimalan interval na kojem je funkcija f injekcija.
- (iii) Pokažite računski i grafički da jednačba $f(x) = -6$ nema rješenja.

4. Zadani su vektori $\vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix}$ te $\vec{b} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$.

- (i) Jesu li ovi vektori komplanarni?
- (ii) Izračunajte $\vec{a} \times \vec{b}$.
- (iii) Izračunajte mješoviti umnožak sljedećih triju vektora: \vec{b} , $\vec{b} \times \vec{a}$, te $\vec{a} \times \vec{b}$.

5. (i) Riješite jednačbu $tg(x + \frac{\pi}{3}) = 1$.

- (ii) Odredite neki interval na kojem je $f(x) = tg(x + \frac{\pi}{3})$ injekcija.
- (iii) Nađite inverznu funkciju funkcije f na intervalu iz (ii).

Napomena: svaki podzadatak nosi po jedan bod.