

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 1. DIO - GRUPA A 28. siječnja 2011.

1.
 - (i) Crtežom predočite lokalne ekstreme.
 - (ii) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem funkcije f pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski.
 - (iii) Crtežom predočite sve mogućnosti za točke infleksije.
 - (iv) Označite na grafu funkcije $f(x) = \sin x$ sve lokalne ekstreme i točke infleksije koje se nalaze unutar intervala $< -\frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} >$.
2.
 - (i) Napišite formulu kojom se definira derivacija funkcije f u x_0 .
 - (ii) Koristeći formulu za derivaciju funkcije u točki izvedite derivaciju funkcije $f(x) = x^3 - 2$.
 - (iii) Geometrijski predočite tangentu na graf funkcije $f(x) = x^3 - 2$ u točki s prvom koordinatom $x_0 = 1$ (precizna slika)!
 - (iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 - 2$ u točki s prvom koordinatom $x_0 = 1$.
3.
 - (i) Napišite formulu za derivaciju kvocijenta dviju funkcija.
 - (ii) Derivirajte funkciju $f(x) = \frac{x^2}{\ln x}$.
 - (iii) Napišite formulu za derivaciju složene funkcije (kompozicija funkcija).
 - (iv) Derivirajte funkciju $f(x) = \sqrt{\sin x + 3x}$.
4. Predočite crtežom i zapišite uvjete preko derivacija:
 - (i) ubrzani rast,
 - (ii) ubrzani pad,
 - (iii) usporeni rast,
 - (iv) usporeni pad.

U svakom podzadatku napišite je li funkcija konveksna ili konkavna.

5.
 - (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 .
 - (ii) Napišite formule za kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 .
 - (iii) Odredite linearnu, kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije $f(x) = e^x$ oko $x_0 = 0$.
 - (iv) Koristeći se formulama iz (iii) približno odredite $e^{0.2}$.

NAPOMENA: Svaki podzadatak nosi po jedan bod.

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 1. DIO - GRUPA B 28. siječnja 2011.

1. Predočite crtežom i zapišite uvjete preko derivacija:

- (i) usporeni rast,
- (ii) ubrzani rast,
- (iii) usporeni pad,
- (iv) ubrzani pad.

U svakom podzadatku napišite je li funkcija konveksna ili konkavna.

2. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 .
(ii) Napišite formule za kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 .
(iii) Odredite linearnu, kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije $f(x) = e^x$ oko $x_0 = 0$.
(iv) Koristeći se formulama iz (iii) približno odredite $e^{0.1}$.
3. (i) Crtežom predočite lokalne ekstreme.
(ii) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem funkcije f pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski.
(iii) Crtežom predočite sve mogućnosti za točke infleksije.
(iv) Označite na grafu funkcije $f(x) = \sin x$ sve lokalne ekstreme i točke infleksije koje se nalaze unutar intervala $< -\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6} >$.
4. (i) Napišite formulu kojom se definira derivacija funkcije f u x_0 .
(ii) Koristeći formulu za derivaciju funkcije u točki izvedite derivaciju funkcije $f(x) = x^3 - 3$.
(iii) Geometrijski predočite tangentu na graf funkcije $f(x) = x^3 - 3$ u točki s prvom koordinatom $x_0 = 2$ (precizna slika)!
(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 - 3$ u točki s prvom koordinatom $x_0 = 2$.
5. (i) Napišite formulu za derivaciju kvocijenta dviju funkcija.
(ii) Derivirajte funkciju $f(x) = \frac{x^4}{\ln x}$.
(iii) Napišite formulu za derivaciju složene funkcije (kompozicija funkcija).
(iv) Derivirajte funkciju $f(x) = \sqrt{\sin x + 2x}$.

NAPOMENA: Svaki podzadatak nosi po jedan bod.

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 1. DIO - GRUPA C 28. siječnja 2011.

1. (i) Napišite formulu za derivaciju kvocijenta dviju funkcija.
(ii) Derivirajte funkciju $f(x) = \frac{x^3}{\ln x}$.
(iii) Napišite formulu za derivaciju složene funkcije (kompozicija funkcija).
(iv) Derivirajte funkciju $f(x) = \sqrt{\sin x - 2x}$.

2. Predočite crtežom i zapišite uvjete preko derivacija:

- (i) usporeni pad,
- (ii) ubrzani pad,
- (iii) ubrzani rast,
- (iv) usporeni rast.

U svakom podzadatku napišite je li funkcija konveksna ili konkavna.

3. (i) Napišite formulu kojom se definira derivacija funkcije f u x_0 .
(ii) Koristeći formulu za derivaciju funkcije u točki izvedite derivaciju funkcije $f(x) = x^3 - 4$.
(iii) Geometrijski predočite tangentu na graf funkcije $f(x) = x^3 - 4$ u točki s prvom koordinatom $x_0 = -1$ (precizna slika)!
(iv) Odredite jednadžbu tangente na graf funkcije $f(x) = x^3 - 4$ u točki s prvom koordinatom $x_0 = -1$.
4. (i) Napišite formulu za linearnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 .
(ii) Napišite formule za kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije f oko x_0 .
(iii) Odredite linearnu, kvadratnu i kubnu aproksimaciju funkcije $f(x) = e^x$ oko $x_0 = 0$.
(iv) Koristeći se formulama iz (iii) približno odredite $e^{0.3}$.
5. (i) Crtežom predočite lokalne ekstreme.
(ii) Napišite nužan uvjet za lokalni ekstrem funkcije f pomoću derivacija i objasnite ga geometrijski.
(iii) Crtežom predočite sve mogućnosti za točke infleksije.
(iv) Označite na grafu funkcije $f(x) = \sin x$ sve lokalne ekstreme i točke infleksije koje se nalaze unutar intervala $\langle \frac{\pi}{6}, \frac{17\pi}{6} \rangle$.

NAPOMENA: Svaki podzadatak nosi po jedan bod.

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 2. DIO - GRUPA A 28. siječnja 2011.

1. i 2. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{6x^2 - x^4}{9}$. Odredite:

- (i) domenu funkcije,
- (ii) njene nultočke,
- (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne),
- (iv) lokalne ekstreme,
- (v) područja pada i rasta,
- (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije.
- (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (2 boda)

3. (i) Izračunajte $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 36x + 4}{2x^3 + 14x^2 + 1}$.

(ii) Izračunajte bez upotrebe L'Hospitalovog pravila $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \ln(2x+1)}{3 \sin x \cos x}$.

(iii) Odredite jednadžbu tangente na krivulju $y = \sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x$ u točki s apscisom $x = 0$.

(iv) Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x$ na intervalu $\langle 0, 2 \rangle$.

4. (i) Pomoću linearne aproksimacije približno izračunajte $\sqrt[3]{3 + \sqrt{24.9}}$. (2 boda)

(ii) Pomoću kvadratne aproksimacije približno izračunajte $\sqrt[3]{3 + \sqrt{24.9}}$. (2 boda)

5. (i) Razvijte u Taylorov red oko $x_0 = 0$ funkciju $f(x) = \frac{-3}{2+3x}$. (2 boda)

(ii) Napišite prvih pet članova dobivenog Taylorovog reda.

(iii) Odredite područje konvergencije ovog reda.

Napomena: svi podzadaci iza kojih ne piše "(2 boda)", vrijede 1 bod.

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 2. DIO - GRUPA B 28. siječnja 2011.

1. (i) Razvijte u Taylorov red oko $x_0 = 0$ funkciju $f(x) = \frac{-2}{3+2x}$. (2 boda)
(ii) Napišite prvih pet članova dobivenog Taylorovog reda.
(iii) Odredite područje konvergencije ovog reda.
2. (i) Pomoću linearne aproksimacije približno izračunajte $\sqrt[3]{2 + \sqrt{35.9}}$. (2 boda)
(ii) Pomoću kvadratne aproksimacije približno izračunajte $\sqrt[3]{2 + \sqrt{35.9}}$. (2 boda)
3. (i) Izračunajte $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 12x + 2}{3x^3 - x^2 + 8}$.
(ii) Izračunajte bez upotrebe L'Hospitalovog pravila $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(2x+1)}{5 \sin x \cos x}$.
(iii) Odredite jednadžbu tangente na krivulju $y = \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x$ u točki s apscisom $x = 0$.
(iv) Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x$ na intervalu $\langle 0, 2 \rangle$.
4. i 5. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{4x^2 - x^4}{5}$. Odredite:
 - (i) domenu funkcije,
 - (ii) njene nultočke,
 - (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne),
 - (iv) lokalne ekstreme,
 - (v) područja pada i rasta,
 - (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije.
 - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (2 boda)

Napomena: svi podzadaci iza kojih ne piše "(2 boda)", vrijede 1 bod.

3. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE I, 2. DIO - GRUPA C 28. siječnja 2011.

1. (i) Izračunajte $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + 8x + 7}{x^3 + 14x^2 + 2}$.
 - (ii) Izračunajte bez upotrebe L'Hospitalovog pravila $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \ln(2x+1)}{7 \sin x \cos x}$.
 - (iii) Odredite jednadžbu tangente na krivulju $y = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x$ u točki s apscisom $x = 0$.
 - (iv) Odredite lokalne ekstreme funkcije $f(x) = \sin 2x + \sqrt{3} \cos 2x$ na intervalu $\langle 0, 3 \rangle$.
2. (i) Razvijte u Taylorov red oko $x_0 = 0$ funkciju $f(x) = \frac{-4}{3+4x}$. (2 boda)
 - (ii) Napišite prvih pet članova dobivenog Taylorovog reda.
 - (iii) Odredite područje konvergencije ovog reda.
3. i 4. Zadana je funkcija $f(x) = \frac{3x^2 - x^4}{4}$. Odredite:
- (i) domenu funkcije,
 - (ii) njene nultočke,
 - (iii) asimptote (horizontalne, kose i vertikalne),
 - (iv) lokalne ekstreme,
 - (v) područja pada i rasta,
 - (vi) područja konveksnosti, konkavnosti i točke infleksije.
 - (vii) Nacrtajte precizno graf te funkcije koristeći gornje podatke. (2 boda)
5. (i) Pomoću linearne aproksimacije približno izračunajte $\sqrt[3]{5 + \sqrt{8.9}}$. (2 boda)
 - (ii) Pomoću kvadratne aproksimacije približno izračunajte $\sqrt[3]{5 + \sqrt{8.9}}$. (2 boda)

Napomena: svi podzadaci iza kojih ne piše "(2 boda)", vrijede 1 bod.